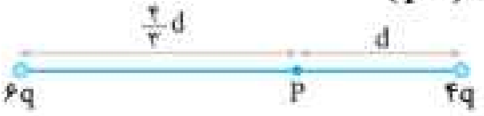
۱۵۸. در شکل زیر، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص ناشی از بارهای نقطه‌ای $4q$ و $6q$ در نقطهٔ P برابر با $1000\,N/C$ است. اگر علامت یکی از بارها را قرینه کنیم، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P چند نیوتون بر کولن خواهد شد؟ $(q>0)$

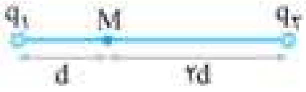


۱) ۴۹۰۰ ۲) ۱۱۸۰۰ ۳) ۸۲۰۰ ۴) ۹۸۰۰

۱۵۹. در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر $\vec{E}$ است. اگر بار q_2 را حذف کنیم، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر $-\vec{E}$ می‌شود. $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

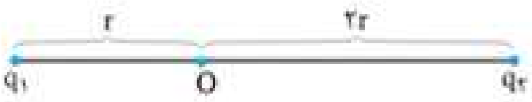
۱) -18 ۲) ۱۸ ۳) -9 ۴) ۹

۱۶۰. در شکل زیر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر $\vec{E}$ است. اگر بر بار q_1 به اندازهٔ $-2q_1$ بیفزاییم، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر $-2\vec{E}$ می‌شود. $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



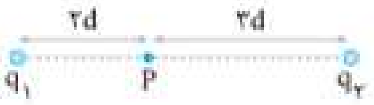
۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۱۶۱. مطابق شکل دو ذرهٔ باردار $q_1=-2q$ و $q_2=6q$ در فاصلهٔ $3r$ از هم قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره در نقطهٔ O برابر E_1 است. اگر ۵۰ درصد از بار q_2 به q_1 منتقل شود، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O برابر E_2 می‌شود. $\frac{E_2}{E_1}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۹)



۱) $\frac{1}{14}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۶۲. در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص ناشی از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطهٔ P برابر با $\vec{E}$ است. اگر q_1 را دو برابر کنیم و q_2 را در امتداد خط واصل بارها به‌اندازهٔ $2d$ به سمت چپ ببریم، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P برابر با $6\vec{E}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{-1}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{-27}{16}$ ۴) $\frac{27}{16}$

برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی در دو بُعد

اگر میدان‌های الکتریکی که در یک نقطه وجود دارند هم راستا نبوده و در دو بعد (در یک صفحه) قرار گرفته باشند، برای حالتی که میدان‌ها بر هم عمود باشند، چگونگی محاسبهٔ میدان الکتریکی خالص را بررسی می‌کنیم. در این حالت نیز از قوانین جمع برداری که در بخش بر هم نهی نیروهای الکتریکی بیان کردیم استفاده می‌کنیم.

مثال: در شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O چند نیوتون بر کولن است؟ $(k=9\times10^9\,\frac{N.m^2}{C^2})$

۱) 40×10^5
۲) 40×10^7
۳) 45×10^5
۴) 45×10^7

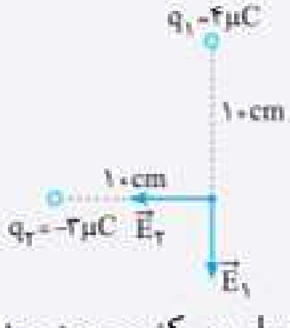
پاسخ: گزینهٔ «۳»

گام اول: با توجه به نوع بارها، میدان‌های الکتریکی هر یک از بارها را در نقطهٔ O رسم می‌کنیم و اندازهٔ هر یک را حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}$$

$$E_1=9\times10^9\times\frac{4\times10^{-6}}{10^{-2}}=36\times10^5\,N/C$$

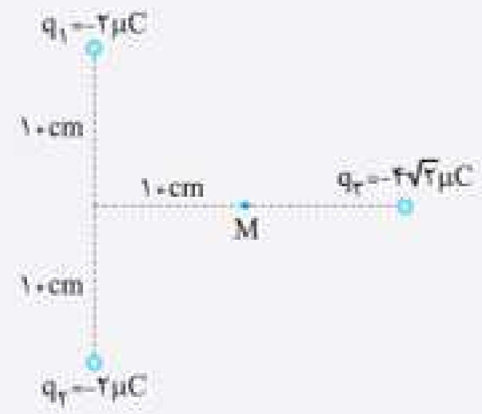
$$E_2=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}}{10^{-2}}=27\times10^5\,N/C$$



گام دوم: بزرگی میدان الکتریکی خالص را حساب می‌کنیم. چون میدان‌ها برهم عمود هستند، از رابطهٔ $E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}$ استفاده می‌کنیم.

$$E_T=\sqrt{(36^2+27^2)\times(10^5)^2}=45\times10^5\,N/C$$

مثال: **در شکل روبه‌رو میدان الکتریکی خـالص در نقطـهٔ M صـفر اسـت.**

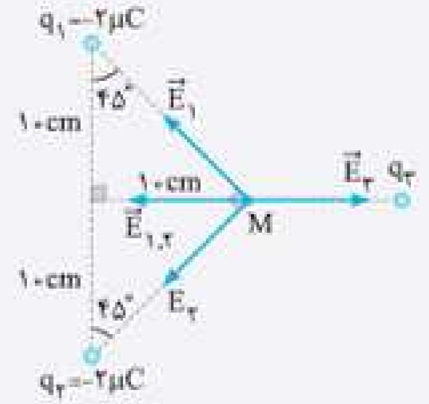


q_3 در چند سانتی‌متری M قرار دارد؟ $(k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$

۱) ۴۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ «۲»

گام اول: میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M رسم می‌کنیم و پس از محاسبه هر یک، میدان الکتریکی حاصل از این دو را حساب می‌کنیم. بدیهی است که $E_2=E_1$ است.



$$E_2=E_1=k\frac{|q_1|}{r^2}\xrightarrow{r=10\sqrt{2}cm}$$

$$E_1=9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{10^{-2}\times2}=9\times10^5 N/C$$

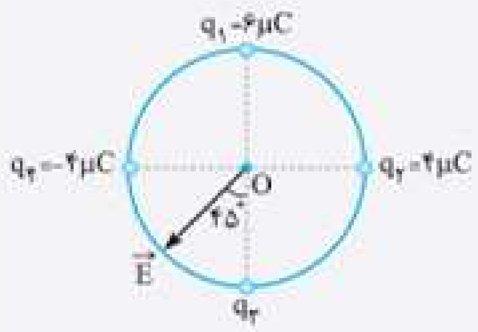
گام دوم: با توجه به مقدار فاصله‌ها به‌راحتی می‌توان دریافت که E_1 بر E_2 عمود است و برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم.

$$E_{1,2}=\sqrt{2}\times9\times10^5 N/C$$

گام سوم: برای این‌که میدان خالص در نقطهٔ M صفر باشد، باید میدان q_3 در نقطهٔ M هم‌اندازه با $E_{1,2}$ و در خلاف جهت آن باشد و می‌توان نوشت:

$$E_{1,2}=E_3=k\frac{|q_3|}{r'^2}\Rightarrow\sqrt{2}\times9\times10^5=9\times10^9\times\frac{4\sqrt{2}\times10^{-6}}{r^2}\Rightarrow r^2=4\times10^{-2}m\Rightarrow r=2\times10^{-1}m=20cm$$

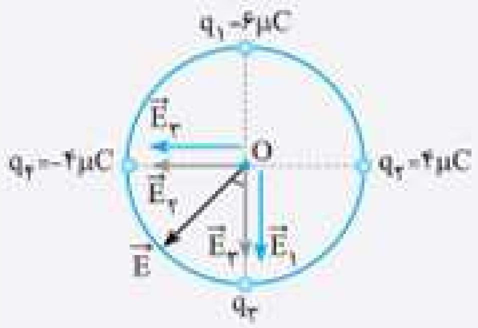
مثال: **در شکل مقابل چهار بار الکتریکی در فاصله‌های مساوی از یکدیگر روی دایره‌ای به شعاع ۳۰cm قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره $\vec{E}$ باشد، q_3 چند میکروکولن است؟**



۱) ۱۰
۲) ۱۰−
۳) ۲
۴) ۲−

پاسخ: گزینهٔ «۴»

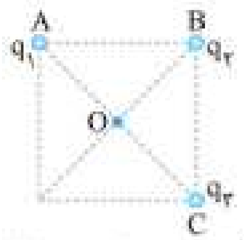
گام اول: با توجه به جهت میدان خالص، می‌توان نتیجه گرفت که میدان حاصل از q_1 و q_3 باید رو به پایین باشد: همچنین چون میدان خالص با میدان‌های الکتریکی هریک از بارها زاویهٔ °۴۵ می‌سازد و نیمساز زاویهٔ بین میدان‌های الکتریکی است، می‌توان نتیجه گرفت که اندازهٔ برایند E_2 و E_4 برابر اندازهٔ برایند E_1 و E_3 است. بنابراین می‌توانیم اندازهٔ بار q_3 را به دست بیاوریم:



$$k\frac{|q_1|}{r^2}+k\frac{|q_3|}{r^2}=k\frac{q_2}{r^2}+k\frac{|q_4|}{r^2}\Rightarrow6+|q_3|=4+4$$
$$\Rightarrow|q_3|=2\mu C$$

گام دوم: چون بردار میدان الکتریکی بار q_3 باید به طرف q_3 باشد، می‌توان نتیجه گرفت $q_3=-2\mu C$ است.

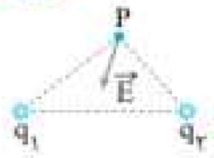
میدان حاصل از بارهای غیر هم‌راستا



۱۶۳. **بارهای q_1 و q_2 در رئوس A و B مربع شکل مقابل قرار دارند. وقتی بار q_3 را در نقطهٔ C قرار می‌دهیم، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O (وسط مربع) در راستای پاره‌خط OB می‌شود. q_3 برابر با کدام است؟**

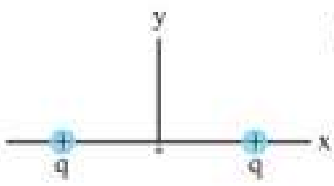
۱) $-q_1$
۲) q_1
۳) q_2
۴) $2q_1$

۱۶۴. **شکل زیر، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ P نشان می‌دهد. علامت بارهای q_1 و q_2 چیست؟** (تجربی ۸۰)



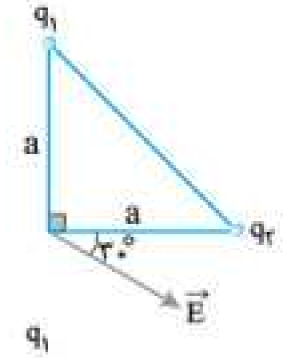
۱) هر دو مثبت
۲) هر دو منفی
۳) q_1 مثبت و q_2 منفی
۴) q_1 منفی و q_2 مثبت

۱۹۰. در شکل مقابل دو بار الکتریکی هم‌اندازه و همنام روی محور x قرار دارند. اگر روی محور x از $-\infty$ تا $+\infty$ جابه‌جا شویم، اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی در این جابه‌جایی از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



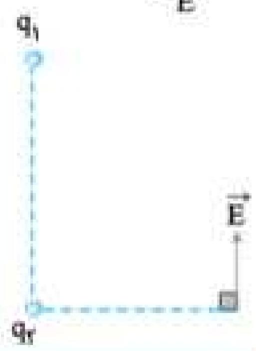
۱) افزایش، کاهش، افزایش، کاهش
۲) افزایش، کاهش، افزایش
۳) کاهش، افزایش، کاهش
۴) کاهش، افزایش، کاهش، افزایش

۱۹۱. در شکل مقابل بارهای q_1 و q_2 در دو رأس مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین قرار دارند و جهت میدان الکتریکی خالص ناشی از آن‌ها در رأس قائمه نشان داده شده است. $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



۱) $+\sqrt{3}$
۲) $-\sqrt{3}$
۳) $+\frac{\sqrt{3}}{3}$
۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۹۲. میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطهٔ O مطابق شکل می‌باشد. کدام گزینه درست است؟

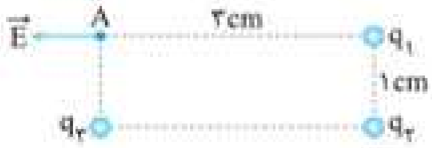


۱) $q_1 > 0$، $q_2 < 0$ و $|q_1| > |q_2|$
۲) $q_1 < 0$، $q_2 > 0$ و $|q_1| > |q_2|$
۳) $q_1 > 0$، $q_2 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$
۴) $q_1 < 0$، $q_2 > 0$ و $|q_1| < |q_2|$

۱۹۳. سه ذرهٔ باردار در سه رأس مستطیل مطابق شکل روبه‌رو، ثابت نگه‌داشته شده‌اند و میدان الکتریکی حاصل، در رأس چهارم مستطیل صفر است. q_2، چند برابر q_1 است؟ (مجدد ریاضی ۱۴۰۱)

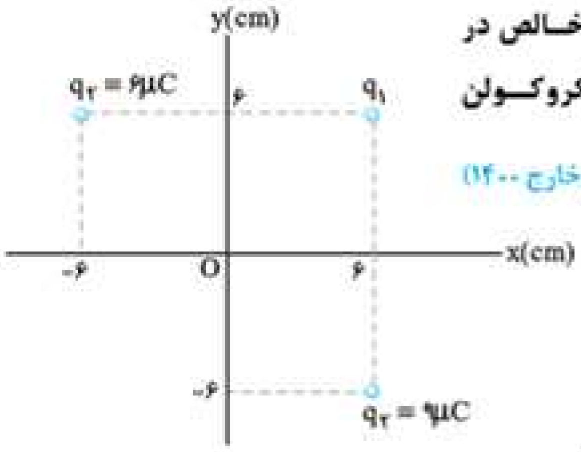
۱) $3\sqrt{3}$
۲) ۹
۳) $9\sqrt{3}$
۴) ۲۷

۱۹۴. در شکل مقابل میدان الکتریکی خالص حاصل از سه بار q_1، q_2 و q_3 در نقطهٔ A از رأس مستطیل برابر $\vec{E}$ و موازی با طول مستطیل است. $\frac{q_2}{q_3}$ برابر کدام گزینه است؟



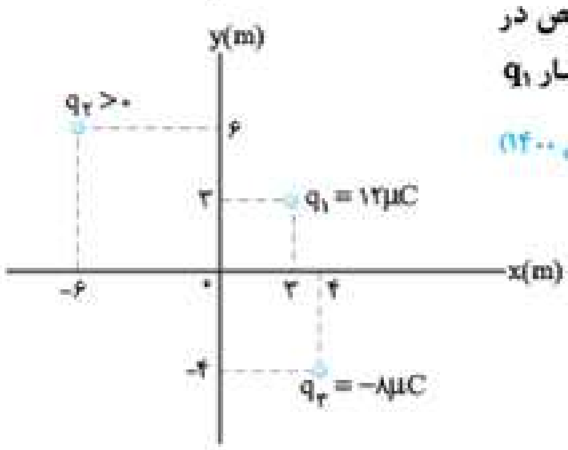
۱) $-10\sqrt{10}$
۲) $10\sqrt{10}$
۳) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
۴) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

۱۹۵. مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای در صفحهٔ xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O (مبدأ مختصات) در SI، برابر $6/25 \times 10^{6}\ \frac{N}{C}$ است. $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times 10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$ (تجربی خارج ۱۴۰۰)



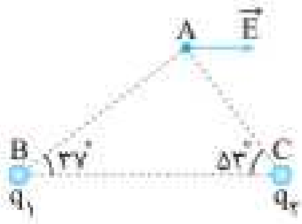
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۹۶. مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای در صفحهٔ xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O (مبدأ مختصات) در SI برابر $7/5 \times 10^{3}$ است. بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_1 به q_2 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(k = 9\times 10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2})$ (تجربی ۱۴۰۰)



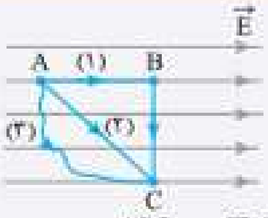
۱) $2/16 \times 10^{-2}$
۲) $2/64 \times 10^{-2}$
۳) $9/2 \times 10^{-2}$
۴) $9/6 \times 10^{-2}$

۱۹۷. در شکل زیر بردار میدان الکتریکی خالص ناشی از q_1 و q_2 در رأس A برابر $\vec{E}$ و موازی قاعدهٔ مثلث است. اگر $|q_2| = 5\mu C$ باشد، q_1 چند میکروکولن است؟ $(\sin 53° = 0/8)$



۱) $\frac{-20}{3}$
۲) $\frac{-320}{27}$
۳) $\frac{+20}{3}$
۴) $\frac{320}{27}$

نکته



۱) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به مسیر حرکت بین دو نقطه بستگی ندارد. در شکل مقابل اگر از نقطهٔ A تا نقطهٔ C در مسیرهای (۱)، (۲) و (۳) جابه‌جا شویم، اختلاف پتانسیل بین A و C مقداری یکسان است.

$$\Delta V_{مسیر ۱} = \Delta V_{مسیر ۲} = \Delta V_{مسیر ۳}$$

۲) در میدان الکتریکی یکنواخت، چون اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه را می‌توان از رابطهٔ $\Delta V = -Ed\cos\theta$ به‌دست آورد، می‌توان نتیجه گرفت که $d\cos\theta$ جابه‌جایی در راستای موازی با میدان است و اگر هم‌جهت با میدان جابه‌جا شویم، $d\cos\theta = +۱$ و اگر خلاف جهت میدان جابه‌جا شویم، $d\cos\theta = -۱$ است.

در شکل روبه‌رو اگر در مسیر نشان داده شده از A تا B جابه‌جا شویم، و می‌توان برای محاسبهٔ ΔV نوشت:

$$\Delta V = -Ed\cos\theta \xrightarrow{d\cos\theta = \overline{AC}} \Delta V = -E(\overline{AC})$$

مثال: در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = (۱۰\frac{N}{C})\vec{i}$، از نقطهٔ A تا B جابه‌جا می‌شویم. اگر بردار جابه‌جایی $\vec{d} = (-۲)\vec{i} + (۲m)\vec{j}$ باشد، $(V_B - V_A)$ چند ولت است؟

۱) -۲۰ ۲) ۲۰ ۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ۴) $-۲۰\sqrt{۲}$

■ **پاسخ:** گزینهٔ «۲»

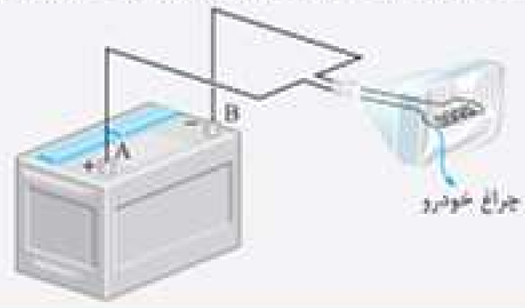
چون باید جابه‌جایی در راستای میدان را در نظر بگیریم و با توجه به این‌که میدان الکتریکی در جهت $+x$ است، پس فقط جابه‌جایی $(-۲m)\vec{i}$ را در رابطهٔ $\Delta V = -Ed\cos\theta$ در نظر می‌گیریم:

$$\Delta V = -Ed\cos\theta \xrightarrow[E = ۱۰\frac{N}{C}]{d\cos\theta = -۲} \Delta V = ۲۰V$$

نکته

اختلاف پتانسیل الکتریکی باتری را همواره مثبت در نظر می‌گیریم و به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\underbrace{\Delta V}_{\text{اختلاف پتانسیل باتری}} = \overbrace{V^+}^{\text{پتانسیل الکتریکی پایانهٔ مثبت}} - \underbrace{V^-}_{\text{پتانسیل الکتریکی پایانهٔ منفی}}$$



مثال: اگر بار الکتریکی $-۲C$ از پتانسیل مثبت به پتانسیل منفی یک باتری ۲۴ ولتی جابه‌جا شود، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار چند ژول است؟

۱) ۱۲ ۲) -۱۲ ۳) ۴۸ ۴) -۴۸

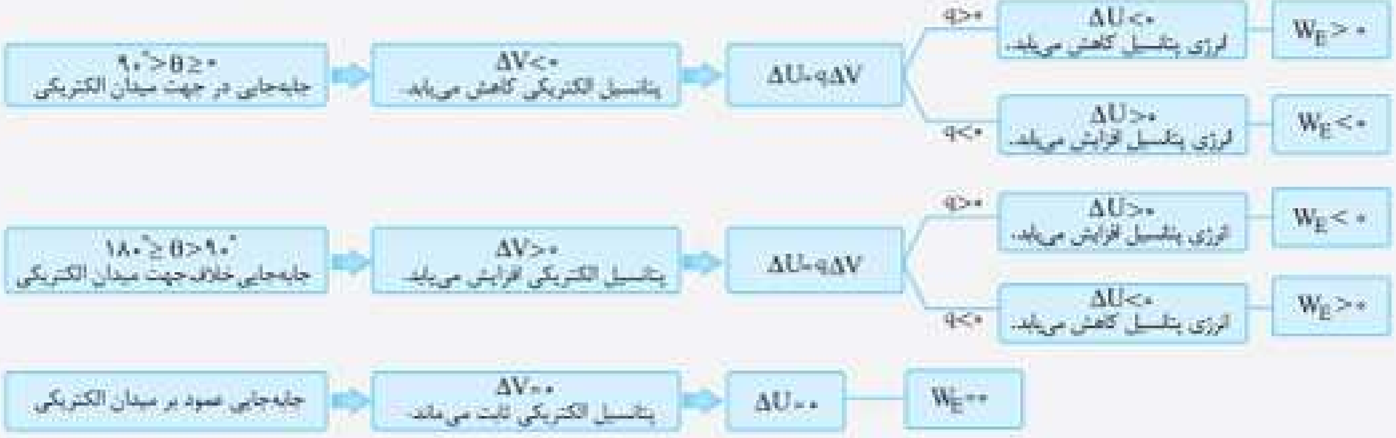
■ **پاسخ:** گزینهٔ «۳»

دقت کنید چون بار از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی جابه‌جا شده، اختلاف پتانسیل این جابه‌جایی $\Delta V = V^- - V^+$ خواهد بود و چون برای باتری هنگامی اختلاف پتانسیل آن را مثبت می‌گیریم که $\Delta V = V^+ - V^-$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت:

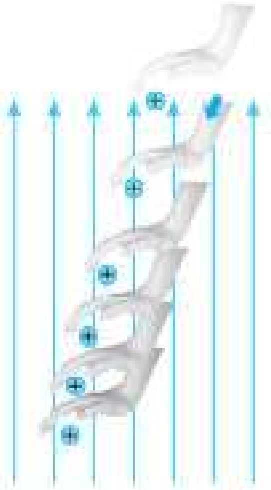
$$\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{\Delta V = V^- - V^+} \Delta U = -۲ \times (-۲۴) = +۴۸J$$

جمع بندی مفاهیم پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی

فرض کنید در یک میدان الکتریکی یکنواخت جابه‌جا می‌شویم. برای این‌که بتوانیم چگونگی (علامت) تغییرات پتانسیل الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار جابه‌جا شده و علامت کار میدان الکتریکی یکنواخت را بررسی کنیم، به نقشهٔ مفهومی زیر توجه کنید:

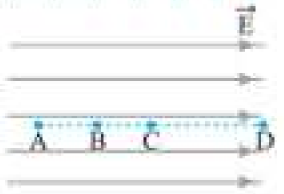


۲۳۵. در شکل مقابل با نیروی دست، بار $q > 0$ (مثبت) را خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌کنیم. در این جابه‌جایی کار دست ما........... و کار میدان الکتریکی........... است. (برگرفته از کتاب درسی)



۱) منفی ـ منفی
۲) منفی ـ مثبت
۳) مثبت ـ مثبت
۴) مثبت ـ منفی

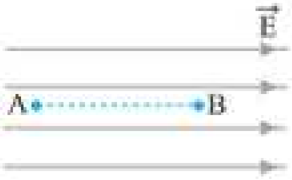
۲۳۶. در یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار $+q$ از نقطهٔ A از حال سکون رها می‌شود. سرعت آن در نقطهٔ D چند برابر سرعت در نقطهٔ B است؟



(از گرانش و نیروهای مقاوم صرف‌نظر کنید، $AB = BC = \frac{CD}{2}$)

۱) ۳　۲) $\sqrt{3}$　۳) ۲　۴) $\sqrt{2}$

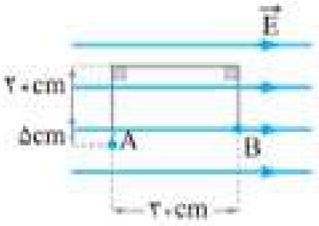
۲۳۷. در شکل مقابل، در میدان الکتریکی یکنواخت $10^5 \frac{N}{C}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5\mu C$ در نقطهٔ B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده و به نقطهٔ A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟



(از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف‌نظر شود.) (ریاضی خارج ۹۴)

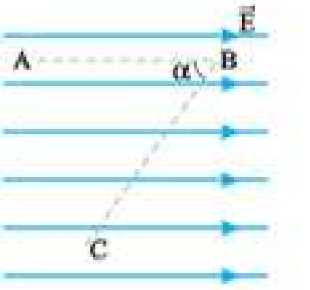
۱) ۰/۱　۲) ۰/۵　۳) ۰/۰۱　۴) ۰/۰۵

۲۳۸. در شکل روبه‌رو، در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^5 \frac{N}{C}$، بار نقطه‌ای $q = -5\mu C$ از طریق مسیر نشان داده شده از نقطهٔ A به نقطهٔ B منتقل شده است. در این انتقال، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذرهٔ باردار چند ژول تغییر می‌کند؟ (ریاضی ۹۹)



۱) +۰/۱۵　۲) −۰/۱۵
۳) +۰/۱۰　۴) −۰/۱۰

۲۳۹. در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^5 \frac{N}{C}$، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5\mu C$ مسیر ABC را از A تا C طی کرده است. انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این مسیر، چگونه تغییر کرده است؟
$(\sin\alpha = 0/8 , AB = BC = 50cm)$ (ریاضی ۱۴۰۱)

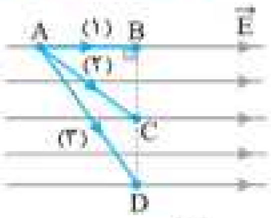


۱) ۰/۱ ژول، افزایش　۲) ۰/۱ ژول، کاهش
۳) ۰/۴ ژول، افزایش　۴) ۰/۴ ژول، کاهش

۲۴۰. ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -20\mu C$ در میدان الکتریکی $E = 4 \times 10^4 \frac{N}{C}$ توسط یک نیروی خارجی با سرعت ثابت به اندازهٔ ۵۰cm در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود. در این جابه‌جایی، کار نیروی خارجی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره به‌ترتیب چند ژول است؟

۱) −۰/۴ و −۰/۴　۲) −۰/۴ و +۰/۴　۳) +۰/۴ و −۰/۴　۴) +۰/۴ و +۰/۴ (ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۲۴۱. در شکل مقابل، در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$، بار الکتریکی $q > 0$ را از نقطهٔ A به ترتیب به B، C و D می‌بریم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در کدام مسیر بیشتر از مسیرهای دیگر است؟

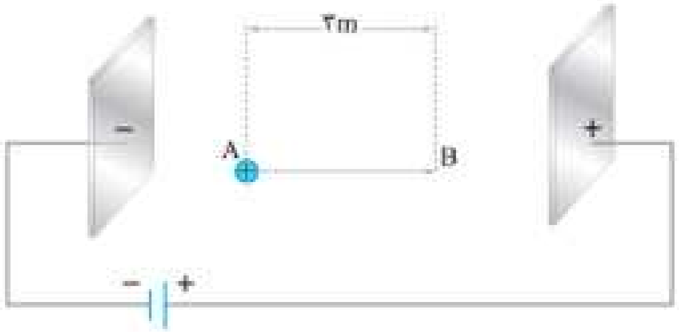


۱) (۱)　۲) (۲)
۳) (۳)　۴) هر سه مسیر یکسان است.

۲۴۲. اگر بار الکتریکی $q = 2\mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت، $\vec{E} = (10^3 \frac{N}{C})\vec{i} + (10^3 \frac{N}{C})\vec{j}$ جابه‌جایی برابر $\vec{d} = (5m)\vec{i}$ داشته باشد، کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی چند ژول است؟

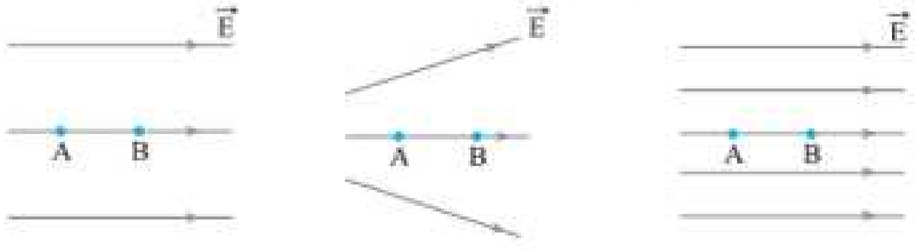
۱) $10^{-2}\sqrt{2}$　۲) 10^{-2}　۳) $10\sqrt{2}$　۴) ۱۰

۲۴۳. در میدان الکتریکی یکنواخت شکل مقابل، $E = 2/0 \times 10^4 \frac{N}{C}$ است. پروتونی از نقطهٔ A با تندی v پرتاب می‌شود و تندی‌اش در نقطهٔ B به نصف v می‌رسد. v چند متر بر ثانیه بوده است؟ (همهٔ نیروها به‌جز نیروی الکتریکی ناچیز هستند. $m_p = 1/6 \times 10^{-27} kg$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} C$) (برگرفته از کتاب درسی)



۱) 16×10^6　۲) 4×10^6
۳) 2×10^6　۴) 10^6

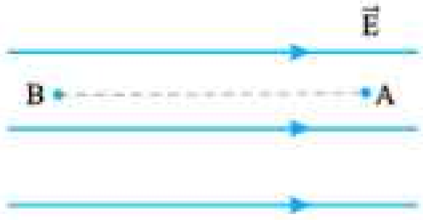
۲۴۴. در شکل‌های زیر ذره‌ای با بار مثبت $(q>0)$ از نقطهٔ A و بدون سرعت اولیه رها می‌شود. در کدام شکل تندی ذره هنگام رسیدن به B، بیشتر است؟ (در هر سه شکل، AB مقدار یکسان دارد.) (برگرفته از کتاب درسی)



(۳) (۲) (۱)

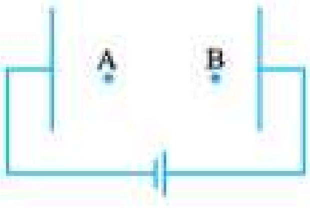
۱) (۱)
۲) (۲)
۳) (۳)
۴) در هر سه شکل سرعت یکسان دارد.

۲۴۵. ذره‌ای با بار الکتریکی $q<0$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A تا B در راستای میدان جابه‌جا می‌شود. کدام مورد الزاماً درست است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۲)



۱) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره منفی است.
۲) کار نیروی میدان الکتریکی روی ذره مثبت است.
۳) انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد.
۴) انرژی جنبشی ذره افزیش می‌یابد.

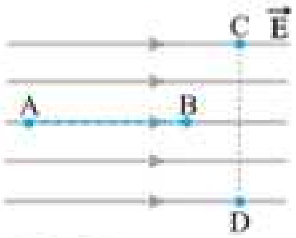
۲۴۶. در شکل مقابل، میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $10^3 \frac{N}{C}$ است. یک پروتون را از نقطهٔ A با تندی اولیهٔ $2\times10^4 \frac{m}{s}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌کنیم و پروتون در نقطهٔ B متوقف می‌شود. حال اگر جای پایانه‌های باتری را عوض کنیم و پروتون را با همان تندی قبلی از A به سمت نقطهٔ B پرتاب کنیم، تندی آن در نقطهٔ B چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (از وزن پروتون و مقاومت هوا صرف‌نظر شود.) (ریاضی خارج ۱۴۰۲)



۱) $2\sqrt{2}\times10^4$
۲) $\frac{1}{2}\times10^4$
۳) $\sqrt{2}\times10^4$
۴) 4×10^4

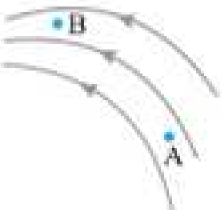
پتانسیل الکتریکی

۲۴۷. با توجه به میدان نشان داده شده، کدام گزینه دربارهٔ پتانسیل الکتریکی نقاط درست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



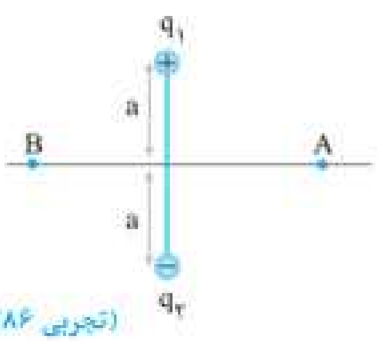
۱) $V_A > V_B > V_C$
۲) $V_A < V_B < V_C$
۳) $V_C > V_D$
۴) $V_C > V_B > V_D$

۲۴۸. شکل مقابل طرحی از خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. دربارهٔ مقایسهٔ پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B و مقایسهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی این نقاط کدام گزینه درست است؟



۱) $V_A > V_B$ ، $E_A > E_B$
۲) $V_A < V_B$ ، $E_A < E_B$
۳) $V_A > V_B$ ، $E_A < E_B$
۴) $V_A < V_B$ ، $E_A > E_B$

۲۴۹. در شکل مقابل دو بار $q_1>0$ و $q_2<0$ در جای خود ثابت شده‌اند و $|q_1|=|q_2|$ است. اگر روی عمود منصف خط واصل دو بار از A به B حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟ (تجربی ۸۶)



۱) کاهش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) ثابت می‌ماند.

۲۵۰. «کولن ولت» معادل با کدام است؟

۱) اهم
۲) فاراد
۳) ژول
۴) ولت

۲۵۱. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B برابر است با:

۱) تغییر انرژی جنبشی واحد بار الکتریکی در انتقال بین آن دو نقطه.
۲) کار انجام شده توسط میدان الکتریکی برای انتقال واحد بار مثبت بین آن دو نقطه.
۳) کار نیرویی که به واحد بار الکتریکی مثبت وارد می‌کنیم تا بین آن دو نقطه جابه‌جا شود.
۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی واحد بار الکتریکی که بین آن دو نقطه شارش می‌شود.

۲۰۳.
فقط شکل (پ) مربوط به میدان یکنواخت است. در میدان یکنواخت باید تراکم خطوط در همهٔ نقاط یکسان و خطوط در همهٔ نقاط راست و هم‌جهت باشند.

۲۰۴.
فقط عبارت **پ** درست است.
نیروی میدان الکتریکی بر بار منفی در خلاف جهت میدان وارد می‌شود. در رسوب‌دهندهٔ الکتروستاتیکی، به دلیل تفاوت نوع بار ذرات معلق، ذرات از هم جدا می‌شوند. در هر نقطه از هر میدان الکتریکی، چه یکنواخت و چه غیریکنواخت، میدان می‌تواند ثابت باشد. اما برای این‌که میدان یکنواخت باشد، باید در همهٔ نقاط یکسان باشد.

۲۰۵.
هر قدر به بار نقطه‌ای نزدیک‌تر شویم، میدان قوی‌تر می‌شود و جهت میدان الکتریکی بار منفی در هر نقطه در اطراف بار، به طرف بار است.

۲۰۶.
چون بار ذره منفی است، نیروی وارد بر آن خلاف جهت میدان و مماس بر خطوط میدان است. چون تراکم خطوط میدان در A کمتر از تراکم خطوط میدان در B است، بزرگی نیروی وارد بر ذره نیز در A کمتر از B است. یعنی باید طول بردار نیرو در A کمتر از B باشد.

۲۰۷.
خطوط میدان از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند که این موضوع تنها در **گزینهٔ ۲** رعایت شده است.

۲۰۸.
با استفاده از رابطهٔ $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ می‌توان نوشت: $E=\frac{0/2}{20}=10^{-2}\,\frac{N}{C}$

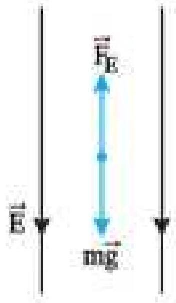
۲۰۹.
گام اول: از رابطه‌ی میدان بار نقطه‌ای استفاده می‌کنیم و بار q را می‌یابیم:
$$E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow 10^5=9\times10^9\,\frac{q}{9\times10^{-2}}\Rightarrow q=1\mu C$$
گام دوم: به کمک رابطه‌ی نیروی وارد بر بار موجود در میدان الکتریکی، q' را می‌یابیم:
$$F=Eq'\Rightarrow 0/02=10^5q'\Rightarrow q'=0/2\mu C$$

۲۱۰.
با توجه به این‌که $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ و $q<0$ است، برای یافتن میدان الکتریکی می‌توان نوشت:
$$E=\frac{(-15\mu N)\vec{i}+(20\mu N)\vec{j}}{-2\mu C}=(7/5\,\frac{N}{C})\vec{i}-(10\,\frac{N}{C})\vec{j}$$

۲۱۱.
ابتدا اندازهٔ نیروی وارد بر بار را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{F}{|q|}$، اندازهٔ میدان را می‌یابیم.
$$|\vec{F}|=\sqrt{(10/8)^2+(14/4)^2}=18N$$
$$E=\frac{F}{|q|}=\frac{18}{2\times10^{-6}}=9\times10^6\,\frac{N}{C}$$

۲۱۲.
با توجه به درسنامه می‌دانیم اگر بار q در اثر دو نیروی الکتریکی و گرانش (وزن) در تعادل و سکون باشد داریم: $mg=|q|E$
در این سؤال که بار الکتریکی منفی $(-5\mu C)$ است، چون نیروی الکتریکی به طرف بالاست میدان الکتریکی به طرف پایین می‌باشد و بزرگی آن برابر است با:
$$E=\frac{mg}{|q|}=\frac{10\times10^{-3}\times10}{5\times10^{-6}}\Rightarrow E=2\times10^4\,\frac{N}{C}$$ به طرف پایین

۲۱۳.
با استفاده از درسنامه برای ذرهٔ در حال تعادل در میدان‌های الکتریکی و گرانشی، می‌توان نوشت:
$$\vec{E}=-\frac{m\vec{g}}{q}\xrightarrow{\vec{E}\text{ به طرف پایین است}}q<0$$
$$E=\frac{mg}{|q|}\Rightarrow m=\frac{|q|E}{g}=\frac{0/4\times10^{-6}\times5\times10^5}{10}$$
$$\Rightarrow 2\times10^{-2}kg\Rightarrow m=20g$$

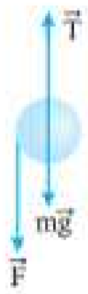
۲۱۴.


گام اول: بر ذره، دو نیرو وارد می‌شود:
۱ نیروی الکتریکی (F_E) ۲ نیروی وزن (mg).
چون ذره ساکن است، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند: پس باید نیروی الکتریکی به طرف بالا (خلاف نیروی وزن) بر ذره وارد شود.
گام دوم: چون جهت نیروی الکتریکی مخالف جهت میدان الکتریکی است، نتیجه می‌گیریم بار ذره منفی است و با استفاده از توازن نیروها می‌توانیم بار ذره را حساب کنیم.
$$F_E-mg=0\xrightarrow{F_E=|q|E}|q|E=mg\Rightarrow|q|=\frac{5\times10^{-3}\times10}{10^4}$$
$$|q|=5\times10^{-6}C\xrightarrow{q<0}q=-5\mu C$$

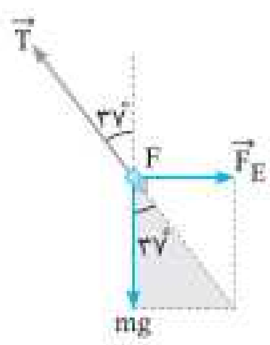
۲۱۵.
گام اول: بر ذره، دو نیروی ۱ گرانش و ۲ الکتریکی اثر می‌کند. چون ذره در حال تعادل است، نیروی الکتریکی رو به بالا و بر خلاف نیروی وزن است و چون بار ذره مثبت است، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان می‌باشد. پس میدان الکتریکی نیز رو به بالاست. در نتیجه صفحهٔ A باید منفی و B قطب مثبت باشد.

یادآوری: هر مقدار بار الکتریکی q مضرب صحیحی از بار $e=1/6\times10^{-19}C$ است: $q=ne$

گام دوم: برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌ها نیز می‌توان نوشت:
$$F_E=mg\Rightarrow qE=mg\Rightarrow q=\frac{mg}{E}$$
$$\xrightarrow{q=ne}n\times1/6\times10^{-19}=\frac{1/6\times10^{-14}\times10}{1/0\times10^5}\Rightarrow n=10$$

۲۱۶.


گام اول: چون بار گلوله منفی است نیروی الکتریکی وارد بر آن به طرف پایین است و چون گلوله ساکن است برایند نیروهای وارد بر گلوله برابر صفر است.
$$T-mg-F=0$$
گام دوم: نیروهای mg و F را حساب می‌کنیم و در نهایت نیروی کشش نخ را به‌دست می‌آوریم:
$$mg=20\times10^{-3}\times10=0/2N$$
$$F=|q|E=20\times10^{-3}\times20=0/4N$$
$$T-0/2-0/4=0\Rightarrow T=0/6N$$

۲۱۷.


گام اول: چون گلوله در حال تعادل است برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. مطابق شکل سه نیرو بر گلوله اثر می‌کند.
گام دوم: می‌دانیم اگر برایند سه نیرو صفر باشد برایند دو نیروی آنها برابر قرینهٔ نیروی سوم است و مطابق شکل می‌توان نتیجه گرفت

برایند $\vec{F}_E$ و $m\vec{g}$ برابر $-\vec{T}$ است در نتیجه در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی می‌توان از نسبت مثلثاتی تانژانت زاویهٔ 37° استفاده کرد و بار q را به‌دست آورد:

$$\tan 37^\circ = \frac{F_E}{mg} \xrightarrow[\tan 37^\circ = \frac{3}{4}]{F_E = qE} \frac{3}{4} = \frac{|q|E}{mg}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{40\times10^{-6}\times10}{10}\times\frac{3}{4} \Rightarrow |q| = 30\times10^{-6}C \Rightarrow q| = 30\mu C$$

گام سوم: چون گلوله در جهت میدان منحرف شده، بار آن مثبت است.

$q = 30\mu C$

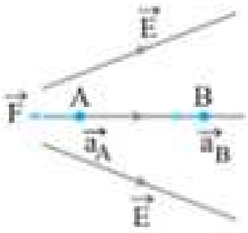
۲۱۸.

با توجه به قانون دوم نیوتون و رابطه $\vec{F} = q\vec{E}$ می‌توان نوشت:

$$q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

چون علامت بار q معلوم نیست می‌تواند هم‌جهت یا خلاف جهت با میدان باشد.

۲۱۹.



گام اول: می‌دانیم که بر ذرهٔ m که بار منفی دارد در میدان الکتریکی $\vec{E}$، نیروی الکتریکی $\vec{F}$ وارد می‌شود و داریم: $\vec{F} = q\vec{E}$

و به کمک قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت: $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

گام دوم: چون $q<0$ (منفی) است، بردار شتاب مخالف $\vec{E}$ و به سمت چپ است و چون بزرگی $\vec{E}$ در A بیشتر از B است (تراکم خطوط A بیشتر از B است)، بزرگی شتاب ذره در A بیشتر از B است.

۲۲۰.

نیروی الکتریکی به بار مثبت، در جهت میدان و بار منفی، خلاف جهت میدان وارد می‌شود؛ بنابراین مسیر حرکت بار منفی به طرف بالا و مسیر بار مثبت به طرف پایین تغییر می‌کند. همچنین ذرهٔ (۲) که منحرف نشده، خنثی بوده است.

۲۲۱.

می‌دانیم که اگر ذرهٔ باردار در میدان $\vec{E}$ قرار گیرد، شتاب وارد بر ذره از طرف میدان الکتریکی را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_T = q\vec{E}\\ \vec{F}_T = m\vec{a}\end{array}\right\} \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10\times10^{-6}\times10^{4}}{10\times10^{-3}\times10^{-3}} = 10^{4}\frac{m}{s^2}$$

۲۲۲.

می‌دانیم که شتاب ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی برابر $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ است و برای مقایسهٔ بردار شتاب دو ذره می‌توان نوشت:

$$\frac{\vec{a}_2}{\vec{a}_1} = \frac{q_2}{q_1}\times\frac{m_1}{m_2}\times\frac{\vec{E}_2}{\vec{E}_1}$$

$$\xrightarrow[q_2=-2q\ ,\ q_1=q]{\vec{E}_2=\vec{E}_1\ ,\ m_1=m\ ,\ m_2=4m} \frac{\vec{a}_2}{\vec{a}_1} = \frac{-2q}{q}\times\frac{m}{4m}$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{a}_2}{\vec{a}_1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \vec{a}_1 = -2\vec{a}_2$$

۲۲۳.

گام اول: بر ذره دو نیروی گرانش و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. نیروی گرانش که همواره به طرف پایین است. اما نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی خلاف جهت میدان و در این‌جا رو به پایین است.

گام دوم: از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\vec{F}_T = m\vec{a}\\ \vec{F}_T = \vec{F}_E + m\vec{g}\end{cases} \Rightarrow \vec{F}_E + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\xrightarrow{F_E = qE} |q|E + mg = ma$$

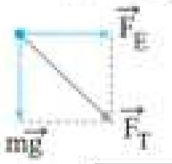
$$\Rightarrow 1\times10^{-6}\times10^{4} + 1\times10^{-3}\times10 = 10^{-3}a$$

$$\Rightarrow a = \frac{10^{-2}+10^{-2}}{10^{-3}} = 20\frac{m}{s^2}$$

۲۲۴.

گام اول: بر ذره دو نیروی وزن (mg) و نیروی الکتریکی $(F_E = qE)$ وارد می‌شود. اگر فرض کنیم به طرف راست باشد، نیروی الکتریکی نیز افقی و به طرف راست است و بر نیروی وزن عمود است.

گام دوم: در این‌صورت نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:



$$F_T = \sqrt{F_E^2 + (mg)^2} = \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2}$$

$$F_T = \sqrt{(200\times10^{-6}\times10)^2 + (200\times10^{-6}\times10)^2} = 2\sqrt{2}\times10^{-3}N$$

$$a = \frac{F_T}{m} = \frac{2\sqrt{2}\times10^{-3}}{200\times10^{-6}} = 10\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$

آزمون مبحثی ۲

۲۲۵.

گام اول: از رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$ استفاده می‌کنیم و برای دو حالت ذکرشده می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}q_1 = q\\ r_1 = 10cm\\ E_1 = 50\frac{N}{C}\end{cases}$$

$$\begin{cases}q_2 = q - 3q = -2q\\ r_2 = ?\\ E_{22} = 36\frac{N}{C}\end{cases}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = |\frac{q_2}{q_1}|\times(\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{36}{50} = \frac{|-2q|}{|q|}\times(\frac{10}{r_2})^2$$

$$\Rightarrow \frac{36}{100} = (\frac{10}{r_2})^2 \Rightarrow r_2 = \frac{100}{6} = 16/6cm$$

گام دوم: تغییر فاصله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 16/6 - 10 = 6/6cm$$

۲۲۶.

گام اول: چون دوبار ناهمنام هستند، میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک‌تر به بار کوچک‌تر یعنی $q_2 = 2/5\mu C$ صفر است.

گام دوم: از رابطه‌ای که میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار در آن صفر است استفاده می‌کنیم.

$$\frac{|q_1|}{|q_2|} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow{r_1-12} \frac{10}{2/5} = (\frac{r_1}{r_1-12})^2 \Rightarrow 4 = (\frac{r_1}{r_1-12})^2$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_1-12} = 2 \Rightarrow r_1 = 24cm$$

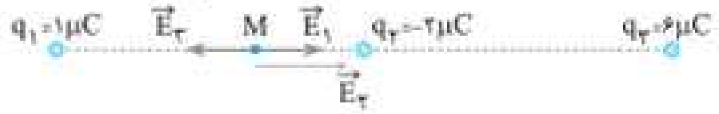
۲۲۷. ۴ ۳ ۲

گام اول: میدان الکتریکی هریک از بارها را در نقطهٔ M حساب می‌کنیم.

$E_1 = 9\times10^9\times\frac{10^{-6}}{(0/1)^2} = 9\times10^5\,\frac{N}{C}$ به طرف راست

$E_2 = 9\times10^9\times\frac{2\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 18\times10^5\,\frac{N}{C}$ به طرف راست

$E_3 = 9\times10^9\times\frac{6\times10^{-6}}{(0/3)^2} = 6\times10^5\,\frac{N}{C}$ به طرف چپ



گام دوم: میدان الکتریکی خالص را حساب می‌کنیم:

$E_t = E_1 + E_2 - E_3$

$\Rightarrow E_t = 9\times10^5 + 18\times10^5 - 6\times10^5 = 21\times10^5\,\frac{N}{C}$

۲۲۸. ۴ ۳ ۱

گام اول: اگر میدان بارهای q_1 و q_2 را $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ بنامیم، رابطهٔ میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را با میدان الکتریکی خالص در حالت اول می‌نویسیم: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}$ (۱)

گام دوم: بار $-3q_1$ را به q_1 اضافه می‌کنیم، بنابراین جهت میدان آن خلاف حالت اول و مقدار آن نیز دو برابر می‌شود. پس در این حالت می‌توان نوشت: $-2\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\frac{\vec{E}}{2}$

از معادله‌های (۱) و (۲) مقدار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را برحسب $\vec{E}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}\\ -2\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\frac{\vec{E}}{2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله بالا را در منفی ضرب می‌کنیم}} -3\vec{E}_1 = -\frac{3}{2}\vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{1}{2}\vec{E}p$$

اکنون مقدار $\vec{E}_1 = \frac{1}{2}\vec{E}$ را در رابطهٔ بالایی قرار می‌دهیم و $\vec{E}_2$ را برحسب $\vec{E}$ حساب می‌کنیم: $\frac{1}{2}\vec{E} + \vec{E}_2 = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_2 = \frac{1}{2}\vec{E}$

گام سوم: چون میدان‌های هر دو بار در نقطهٔ M (بین دو بار) هم‌جهت هستند، q_1 و q_2 ناهمنام می‌باشند. پس نسبت آن‌ها مقداری منفی است.

گام چهارم: نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{|q_1|}{r_1^2}}{\frac{|q_2|}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}E}{\frac{1}{2}E} = \left|\frac{q_1}{q_2}\right|\times\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r_2=a]{r_1=2a} 1 = \left|\frac{q_1}{q_2}\right|\times\left(\frac{a}{2a}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = 4 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

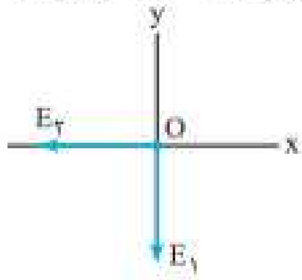
۲۲۹. ۴ ۳ ۲ ۱

گام اول: میدان الکتریکی هریک از بارها را در نقطهٔ O حساب می‌کنیم:

$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9\times\frac{90\times10^{-6}}{(0/3)^2} = 9\times10^6\,\frac{N}{C}$ (در خلاف جهت x)

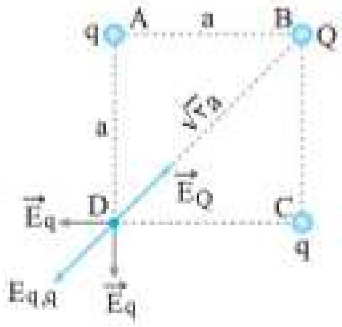
$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9\times\frac{10\times10^{-6}}{(0/1)^2} = 9\times10^6\,\frac{N}{C}$ (در خلاف جهت y)

گام دوم: میدان الکتریکی خالص را برحسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ می‌نویسیم:



$$\begin{cases}\vec{E}_t = -E_1\vec{i} - E_2\vec{j}\\ \vec{E}_t = (-9\times10^6\,\frac{N}{C})\vec{i} - (9\times10^{-6}\,\frac{N}{C})\vec{j}\end{cases}$$

۲۳۰. ۴ ۳ ۲



گام اول: فرض کنیم $q>0$ (مثبت) است. میدان الکتریکی هر بار q در نقطهٔ D را E_q نامیده و در شکل مقابل آن‌ها را رسم کرده‌ایم.

با توجه به جهت بردارها، $\vec{E}_Q$ باید به طرف Q باشد تا بتواند برایند دو میدان E_q را خنثی کند. پس $Q<0$ (منفی) است.

تذکر: اگر q را منفی فرض می‌کردیم، در این صورت Q مثبت به دست می‌آمد. پس در هر حال q ناهمنام با Q است.

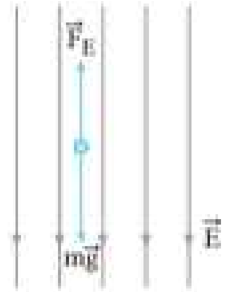
گام دوم: برای این‌که $\frac{Q}{q}$ را به‌دست آوریم، می‌توانیم از شرط سؤال یعنی میدان الکتریکی خالص در D که برابر صفر است، استفاده کنیم. البته می‌دانیم که برایند دو میدان عمود بر هم E_q برابر است با:

$E_{q,q} = \sqrt{E_q^2 + E_q^2} = \sqrt{2}E_q$

داریم: $E_{q,q} = E_Q \Rightarrow \sqrt{2}E_q = E_Q$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\times k\frac{|q|}{a^2} = k\frac{|Q|}{(\sqrt{2}a)^2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$$

۲۳۱. ۳ ۲ ۱



گام اول: چون ذره ساکن و در حال تعادل است، باید برایند نیروهای وارد بر ذره برابر صفر باشد. چون وزن ذره رو به پایین است، باید نیروی الکتریکی وارد بر آن به طرف بالا باشد تا برایند دو نیرو برابر صفر باشد.

گام دوم: چون ذره بار منفی دارد و می‌دانیم جهت نیروی وارد بر بار منفی خلاف جهت میدان الکتریکی است، پس جهت میدان الکتریکی به طرف پایین است.

گام سوم: از رابطهٔ تعادل ذره با دو نیروی F_E و mg یعنی $F_E = mg$ و همچنین $F_E = qE$ استفاده می‌کنیم و اندازهٔ میدان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

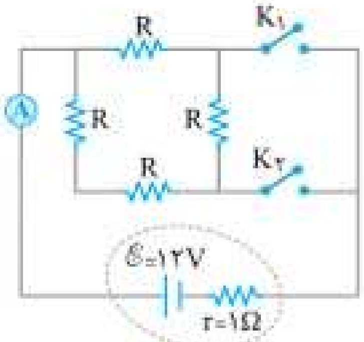
$$\begin{cases}F_E = |q|E\\ F_E = mg\end{cases} \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{|q|}$$

$E = \frac{10\times10^{-6}\times10}{20\times10^{-6}} = 5\,\frac{N}{C}$ (به طرف پایین)

۲۳۲. ۴ ۳ ۱

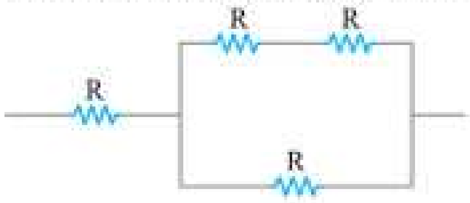
با توجه به جهت خط میدان که به طرف q_2 می‌باشد، می‌توان دریافت q_2 منفی و q_1 مثبت است. چون تراکم خطوط میدان در نزدیکی q_2 بیشتر از q_1 است، اندازهٔ q_2 بیشتر از اندازهٔ q_1 است.

۴۱۲. در مدار روبه‌رو، ابتدا کلید K_2 باز و K_1 بسته است و در این حالت آمپرسنج ۲A را نشان می‌دهد. اگر کلید K_1 را باز و کلید K_2 را ببندیم، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



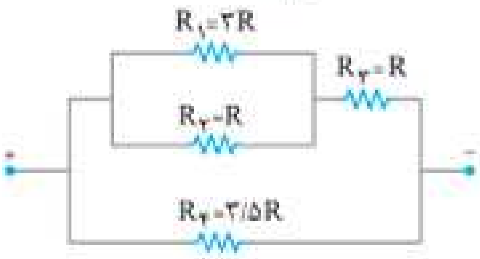
۱) ۱/۵
۲) ۲/۴
۳) ۳
۴) ۲

۴۱۳. بیشترین توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های یکسان در شکل روبه‌رو برابر ۹W است. بیشترین توانی را که می‌توان از این مدار گرفت تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند چند وات است؟



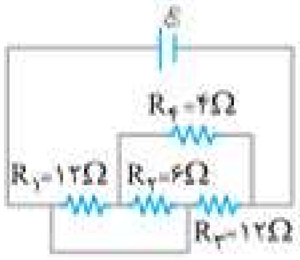
۱) ۳   ۲) ۶
۳) ۹   ۴) ۱۵

۴۱۴. در مدار روبه‌رو، کدام مقاومت از بقیه بیشتر گرم می‌شود؟



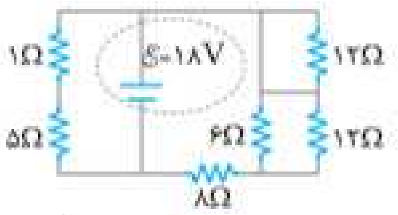
۱) R_1
۲) R_2
۳) R_3
۴) R_4

۴۱۵. در مدار روبه‌رو، اگر توان مصرفی مقاومت R_1 برابر با P باشد، توان مصرفی کل مدار چند برابر P است؟



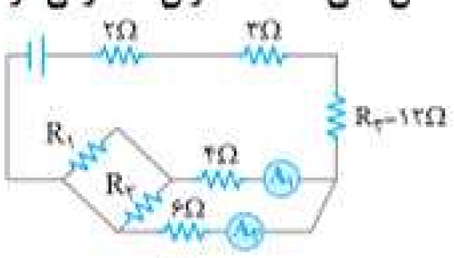
۱) ۱۵   ۲) ۱۰
۳) ۶   ۴) ۴

۴۱۶. در مدار روبه‌رو، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند، برابر با ۱۰ ولت است. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



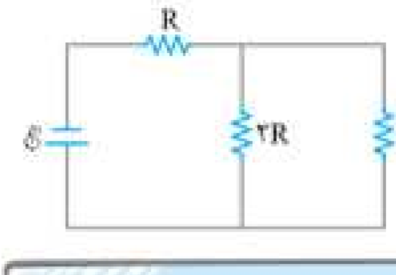
۱) ۱   ۲) ۲
۳) ۱/۵   ۴) ۱/۲۵

۴۱۷. در مدار زیر، آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1 و A_2 به‌ترتیب جریان‌های $I_1 = 6A$ و $I_2 = 8A$ را نشان می‌دهند. توان مصرفی در مقاومت R_3 چند برابر توان مصرفی در مقاومت R_2 است؟ $(R_2 = 2R_1)$



۱) $\frac{1}{196}$ ۲) $\frac{3}{196}$
۳) $\frac{4}{196}$ ۴) $\frac{5}{196}$

۴۱۸. در شکل روبه‌رو، توان تلف شده در مقاومت x نصف توان تلف‌شده در مقاومت R است. مقاومت x چند برابر مقاومت R است؟



۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۱
۳) ۲   ۴) ۳

آزمون پایانی فصل

زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

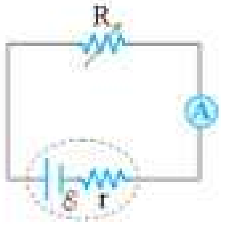
۱. قطر سیمی ۶mm و مقاومت ویژهٔ آن $10^{-6}\,\Omega.m$ است. این سیم را روی استوانهٔ عایقی می‌پیچیم و به اختلاف پتانسیل ۶V وصل می‌کنیم. اگر جریان عبوری از سیم ۲A باشد و سیم را ۱۵۰ دور به دور استوانه پیچیده باشیم، شعاع استوانه چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴/۵   ۲) ۱۸   ۳) ۹   ۴) ۶

۲. المنت یک بخاری برقی از سیمی به طول ۱/۲m و قطر مقطع ۲mm ساخته شده است. مقاومت ویژهٔ این سیم در دمای $220^{\circ}C$ برابر $6/8\times10^{-5}\,\Omega.m$ و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $2\times10^{-3}\,\frac{1}{K}$ است. دمای سیم را چند درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم تا مقاومت آن به ۳۲/۶۴ اهم برسد؟ $(\pi = 3)$

۱) ۱۰۰   ۲) ۱۲۰   ۳) ۸۰   ۴) ۱۶۰

۳. در مدار روبه‌رو، آمپرسنج ایده‌آل جریان I را نشان می‌دهد. اگر مقاومت متغیر صفر باشد، آمپرسنج جریان $4I$ را نشان می‌دهد. مقاومت متغیر چند برابر شود تا جریان $\frac{1}{16}I$ شود؟

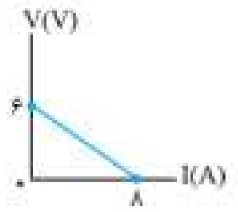


۱) ۱۶　　۲) ۲۵
۳) ۲۱　　۴) ۲۳

۴. روی لامپی اعداد ۲۲۰V و ۶۰W نوشته شده است. اگر این لامپ را به ولتاژ ۵۵V وصل کنیم، در مدت چند دقیقه ۲۲۵ ژول انرژی الکتریکی مصرف می‌کند؟ (مقاومت لامپ ثابت فرض شود.)

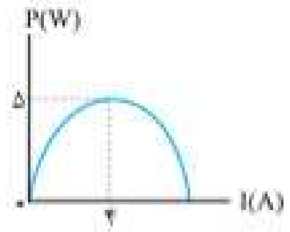
۱) ۱/۵　　۲) ۲　　۳) ۱　　۴) ۱/۲۵

۵. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولدی برحسب جریان عبوری از آن به شکل مقابل است. بیشترین توان خروجی این مولد چند وات است؟



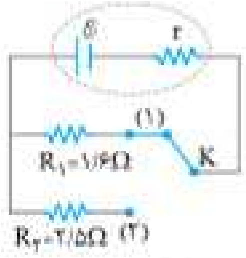
۱) ۱۲　　۲) ۳۲
۳) ۳۶　　۴) ۶۴

۶. نمودار تغییرات توان مفید یک مولد بر حسب جریان الکتریکی گرفته شده از آن مطابق شکل است. نیروی محرکهٔ این مولد چند ولت است؟ (ریاضی ۸۰)



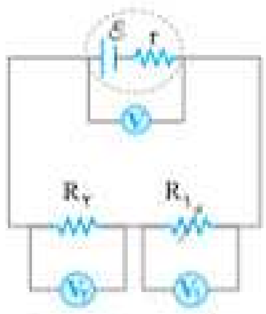
۱) ۰/۸　　۲) ۱/۲
۳) ۲/۵　　۴) ۵

۷. در مدار روبه‌رو، اگر کلید از حالت (۱) به حالت (۲) برود، توان خروجی مولد تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



۱) ۱/۲۵　　۲) ۲
۳) ۱/۲　　۴) ۱/۷۵

۸. در شکل روبه‌رو مقاومت متغیر R_1 را به تدریج کاهش می‌دهیم، مقادیری که V_1، V و V_2 نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟ (تجربی ۸۲)

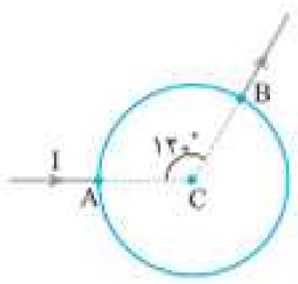


۱) کاهش ـ کاهش ـ افزایش
۲) کاهش ـ افزایش ـ کاهش
۳) افزایش ـ کاهش ـ افزایش
۴) افزایش ـ کاهش ـ کاهش

۹. دو لامپ معمولی ۱۰۰ واتی را به طور متوالی به هم بسته و دو سر مجموعه را به برق شهر وصل می‌کنیم. با فرض ثابت ماندن مقاومت الکتریکی آن‌ها، توان مجموعه چند وات است؟

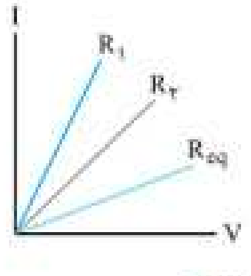
۱) ۲۵۰　　۲) ۲۰۰　　۳) ۱۰۰　　۴) ۵۰

۱۰. سیمی به مقاومت ۱۸۰Ω را به شکل حلقه در آورده و سپس آن را مطابق شکل مقابل در مدار قرار می‌دهیم. مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟



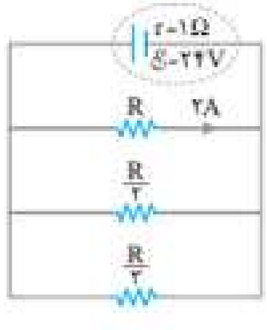
۱) ۴۵　　۲) ۴۰
۳) ۱۸۰　　۴) ۱۲۰

۱۱. شکل مقابل نمودار تغییرات جریان الکتریکی بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1، R_2 و مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) را نشان می‌دهد. کدام گزینه در مورد اندازهٔ دو مقاومت و نحوهٔ اتصال آن‌ها به یکدیگر می‌تواند صحیح باشد؟ (آزمایشی سنجش ۸۲)



۱) $R_1 > R_2$ ـ متوالی　　۲) $R_1 > R_2$ ـ موازی
۳) $R_1 < R_2$ ـ موازی　　۴) $R_1 < R_2$ ـ متوالی

۱۲. در شکل روبه‌رو مقاومت R چند اهم است؟



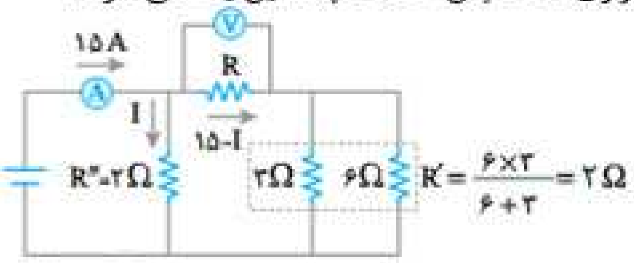
۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۱
۴) ۱۲

گام چهارم: از طرفی دو گرهٔ M و N دو سر مقاومت R_1 نیز می‌باشد، بنابراین می‌توانیم مقدار R_1 را محاسبه کنیم.

$$V_M - V_N = R_1 I_1 \Rightarrow ۶ = R_1 \times ۰/۲۵ \Rightarrow R_1 = ۲۴\Omega$$

۲۹۴.

می‌دانیم مقاومت $R' = ۲$ و R با هم سری هستند و مجموعهٔ آن‌ها با R'' موازی است؛ پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند:



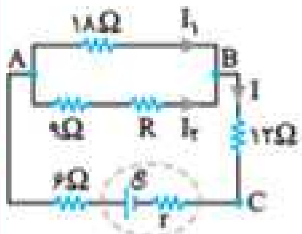
$$۲I = ۱۰ + (۱۵ - I)۲$$

$$۲I = ۴۰ - ۲I \Rightarrow I = ۱۰A$$

جریان گذرنده از مقاومت R برابر ۵A می‌شود پس:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{۱۰}{۵} = ۲\Omega$$

۲۹۵.



روش اول: گام اول: با توجه به این‌که ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۱۸Ω و ۱۲Ω با هم برابر است، می‌توانیم رابطهٔ I و I_1 را به دست آوریم: $V_{۱۸} = V_{۱۲}$

$$\Rightarrow ۱۸I_1 = ۱۲I \Rightarrow I_1 = \frac{۲}{۳}I$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ تقسیم جریان، داریم:

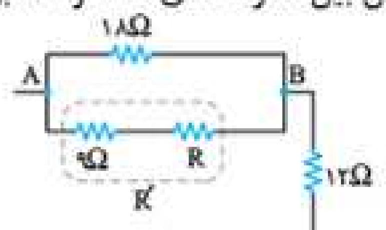
گرهٔ B: $I_1 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = I - I_1 = I - \frac{۲}{۳}I = \frac{۱}{۳}I$

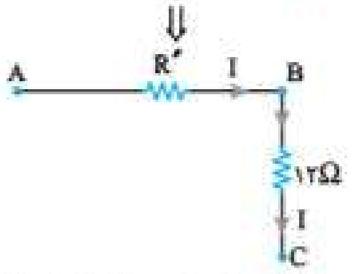
گام سوم: مقاومت ۱۸Ω با مقاومت‌های ۹Ω و R موازی است: بنابراین:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow ۱۸I_1 = (۹+R)I_2$$

$$۱۸(\frac{۲}{۳}I) = (۹+R)\times(\frac{۱}{۳}I) \Rightarrow R = ۳۶ - ۹ = ۲۷\Omega$$

روش دوم: گام اول:
اگر مدار بین دو نقطهٔ A و C را ساده کنیم، با توجه به این‌که $V_{AB} = V_{BC}$ می‌باشد و جریان عبوری از مقاومت R' و ۱۲Ω یکسان است، می‌توان نتیجه گرفت $R'' = ۱۲\Omega$: یعنی مقاومت معادل بین مقاومت‌های ۱۸Ω و R' برابر ۱۲Ω





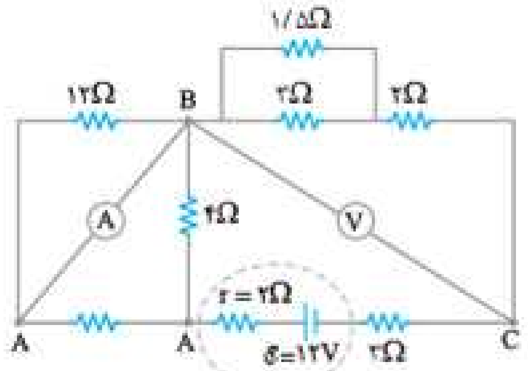
گام دوم: با توجه به رابطهٔ مقاومت معادل در حالت موازی داریم:

$$\frac{۱}{R'} + \frac{۱}{۱۸} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow R' = \frac{۱۸\times۱۲}{۱۸-۱۲} = ۳۶\Omega$$

$$R' = R + ۹ \Rightarrow R = ۳۶ - ۹ = ۲۷\Omega$$

۲۹۶.

گام اول: با توجه به این که آمپرسنج ایده‌آل است مقاومت درونی آن صفر می‌باشد و دو نقطهٔ A و B اتصال کوتاه شده و $V_A = V_B$. بنابراین مقاومت‌های ۱۲Ω و ۴Ω حذف می‌شوند.



گام دوم: دو مقاومت ۳ اُهمی و ۱/۵ اُهمی موازی هستند بنابراین معادل آن‌ها برابر است با:

$$R' = \frac{۳\times۱/۵}{۳+۱/۵} = ۱\Omega$$

جریان کل عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۱+۲+۳+۲} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow I = ۱/۵A$$

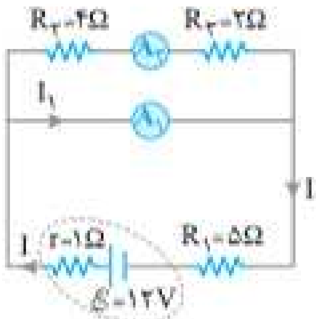
آمپرسنج ۱/۵ آمپر را نشان می‌دهد.

گام سوم: $V_B - V_C = (۱+۲)\times I = ۳\times۱/۵ = ۴/۵V$

دو سر ولت‌سنج به دو نقطهٔ B و C وصل است بنابراین ولت سنج ۴/۵V را نشان می‌دهد.

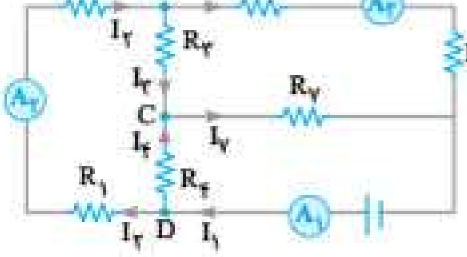
۲۹۷.

چون آمپرسنج‌ها ایده‌آل هستند، مقاومت آن‌ها ناچیز می‌باشد. بنابراین دو سر آن‌ها هم‌پتانسیل می‌باشد. از طرف دیگر، مطابق شکل چون دو سر شاخهٔ بالا هم‌پتانسیل هستند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) از این شاخه و از مقاومت‌های R_2 و R_3 جریان الکتریکی عبور نمی‌کند. در نتیجه این مقاومت‌ها از مدار حذف می‌شوند. بنابراین آمپرسنج A_2 جریان صفر را نشان می‌دهد. جریان آمپرسنج A_1 برابر است با:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \xrightarrow[r=۱\Omega]{R_1=۵\Omega\ ,\ \mathcal{E}=۱۲V} I = \frac{۱۲}{۵+۱} \Rightarrow I = ۲A$$

۲۹۸.



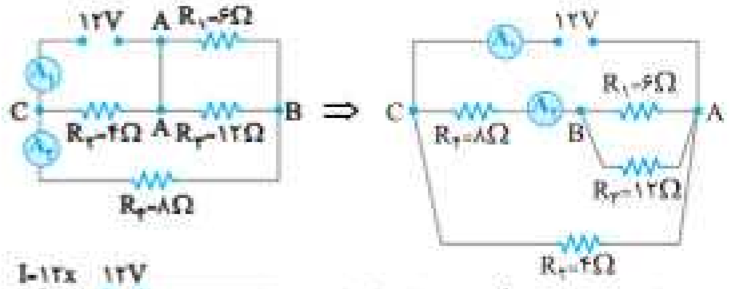
برای گره B داریم: $I_2 = I_3 + I_5 \xrightarrow[I_5=۹A]{I_2=۱۲A} ۱۲ = I_3 + ۹ \Rightarrow I_3 = ۳A$

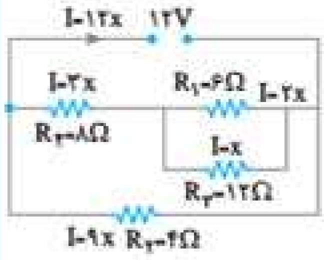
برای گره D داریم: $I_1 = I_2 + I_4 \xrightarrow[I_2=۱۲A]{I_1=۲۰A} ۲۰ = ۱۲ + I_4 \Rightarrow ۸A$

برای گره C داریم: $I_7 = I_3 + I_4 = ۳ + ۸ \Rightarrow I_7 = ۱۱A$

۲۹۹.

ابتدا گره‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم و مدار را ساده می‌کنیم:





مشخص است که A_1 جریان کل و A_2 جریان گذرنده از مقاومت R_4 را نشان می‌دهد. حال سهم جریان مقاومت‌ها را مشخص می‌کنیم:

به جریان مقاومت R_1، ۲x و به جریان مقاومت R_3، x را نسبت می‌دهیم. این دو جریان به R_4 می‌ریزند پس جریان R_4 برابر ۳x می‌شود. مقاومت معادل R_1، R_3 و R_4 برابر با ۱۲Ω می‌شود: پس از مقاومت R_2 جریان ۹x می‌گذرد. بنابراین جریان کل ۱۲x می‌شود.

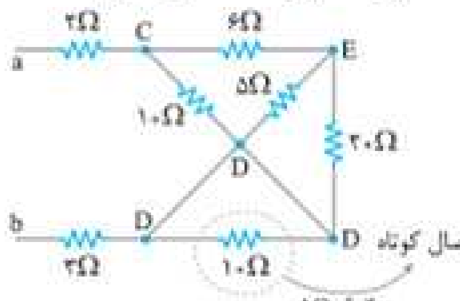
$$\Rightarrow R_{کل} = \frac{12\times 4}{12+4} = 3\Omega$$

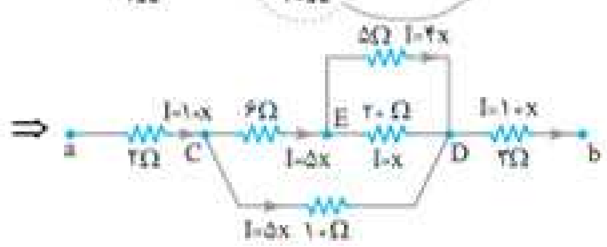
$$V_{کل} = 12V \Rightarrow A_1 = \frac{V_{کل}}{R_{کل}} = \frac{12}{3} = 4A = 12x \Rightarrow x = \frac{1}{3}A$$

$$A_2 = 3x = 1A$$

۳۰۰.

ابتدا با روش نقطه‌گذاری مدار را ساده می‌کنیم:





سپس در شکل بالا جریان را توزیع می‌کنیم. مقاومت کل شاخهٔ بالایی CD، ۱۰Ω و مقاومت کل شاخهٔ پایینی CD، ۱۰Ω است پس جریان کل شاخهٔ بالا و پایین برابر است.

جریان گذرنده از مقاومت ۲۰Ω همان x است پس داریم:

$$x = 0/5A \Rightarrow I = 10x = 5A$$

۳۰۱.

یادآوری: ۱ مقاومت معادل:

دو مقاومت موازی: $R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$

دو مقاومت سری: $R_{12} = R_1 + R_2$

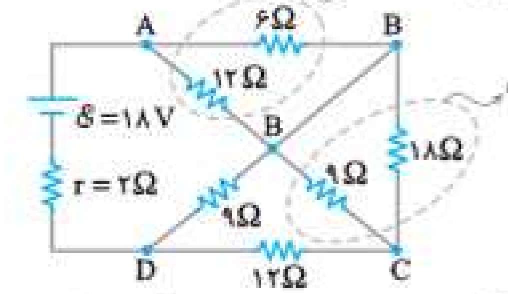
۲ محاسبهٔ جریان کل مدار: $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$

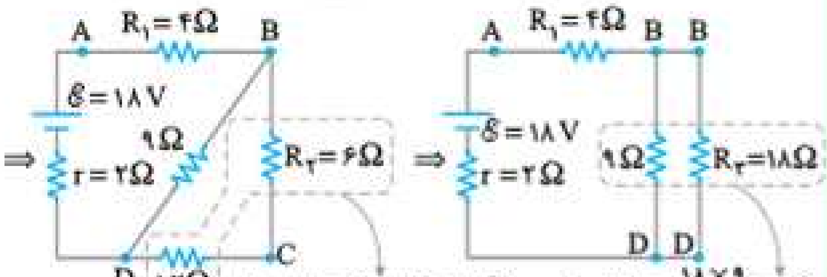
۳ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با: $V = \mathcal{E} - Ir$

گام اول: گره‌ها را مشخص نموده و مدار را ساده می‌کنیم.

موازی: $R_1 = \frac{6\times 12}{6+12} = 4\Omega$

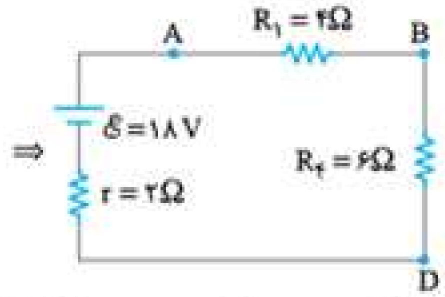
موازی: $R_2 = \frac{18\times 9}{18+9} = 6\Omega$





متوالی: $R_3 = 6 + 12 = 18\Omega$

موازی: $R_4 = \frac{18\times 9}{18+9} = 6\Omega$



و در نهایت R_1 و R_4 سری می‌باشند. $R_{eq} = 6 + 4 = 10\Omega$

گام دوم: جریان کل را محاسبه می‌کنیم:

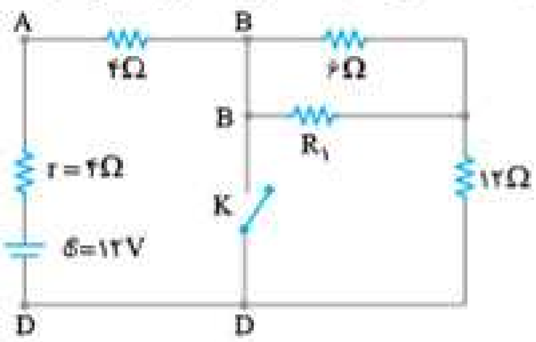
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{18}{10+2} \Rightarrow I = 1/5A$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$V = \mathcal{E} - Ir = 18 - 1/5 \times 2 = 15V$$

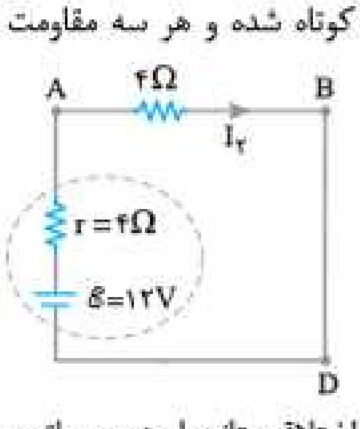
۳۰۲.

گام اول: با بسته شدن کلید K، $V_B = V_D$ می‌شود.



بنابراین بین دو نقطه B و D اتصال کوتاه شده و هر سه مقاومت R_1، ۱۲Ω و ۶Ω حذف می‌شود.

پس می‌توانیم مقدار I_2 را محاسبه کنیم.



$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{12}{4+4} = 1/5A$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری: $V_2 = \mathcal{E} - I_2 r = 12 - 1/5 \times 4$

$$\Rightarrow V_2 = 6V$$

گام دوم: قرض سؤال: $V_2 - V_1 = -\frac{4}{100}V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{6}{10}V_1$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت اول: $6 = \frac{6}{10}V_1 \Rightarrow V_1 = 10V$

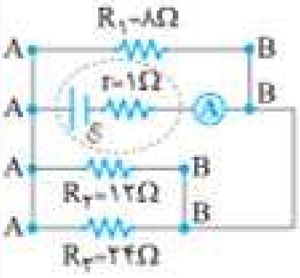
$$P_3 = R_3 I_3^2 \xrightarrow[I_3=2I]{R_3=2\Omega} P_3 = 2\times(2I)^2 \Rightarrow P_3 = 8I^2$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 \xrightarrow[I_4=2I]{R_4=3\Omega} P_4 = 3\times(2I)^2 \Rightarrow P_4 = 12I^2$$

مشاهده می‌کنیم که بین مقاومت‌ها، مقاومت R_2 توان الکتریکی کمتری مصرف می‌کند.

.۳۸۷

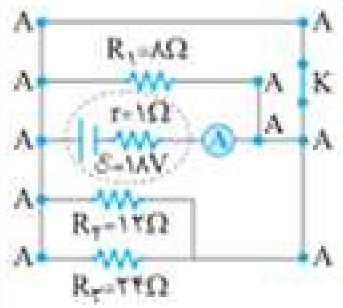
گام اول: وقتی کلید K باز باشد، یک سر همهٔ مقاومت‌ها به نقطهٔ A و سر دیگر آن‌ها به نقطهٔ B متصل است: بنابراین با هم موازی‌اند. در این حالت با محاسبهٔ مقاومت معادل آن‌ها و با توجه به این‌که آمپرسنج جریان در شاخهٔ اصلی را نشان می‌دهد، نیروی محرکهٔ مولد را می‌یابیم:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \xrightarrow[r=1\Omega]{I=2.4A} 2.4 = \frac{\mathcal{E}}{4+1} \Rightarrow \mathcal{E} = 12V$$

گام دوم: با بستن کلید K، دو سر همهٔ مقاومت‌های خارجی هم‌پتانسیل می‌شوند (اتصال کوتاه رخ می‌دهد)، در نتیجه $R'_{eq} = 0$ است و می‌توان با محاسبهٔ جریان الکتریکی به‌صورت زیر، توان تولیدی مولد را به‌دست آورد:



$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} \xrightarrow[\mathcal{E}=18V]{R'_{eq}=0,\, r=1\Omega} I' = \frac{18}{0+1} \Rightarrow I' = 12A$$

$$P = \mathcal{E}I' - rI'^2 = 12\times12 - 1\times12^2 \Rightarrow P = 0$$

هایپرتست

.۳۸۸

گام اول: در معادلهٔ بار الکتریکی به ازای $t = 2h$ و $q = 43Ah$، رابطه‌ای بین a و b به‌دست می‌آوریم:

$$q = -at^2 + bt + 5 \xrightarrow[q=43Ah]{t=2h} 43 = -4a + 2b + 5$$

$$\Rightarrow -2a + b = 19 \quad (1)$$

گام دوم: به ازای $t_1 = 0$، $t_2 = 5h$ و $I = 16A$، رابطهٔ دیگری بین a و b به‌دست می‌آوریم:

$$q = -at^2 + bt + 5 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0h \Rightarrow q_1 = 5Ah \\ t_2 = 5h \Rightarrow q_2 = -25a + 5b + 5 \end{cases}$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{I=16A} 16 = \frac{-25a + 5b + 5 - 5}{5 - 0}$$

$$\Rightarrow -25a + 5b = 80 \Rightarrow -5a + b = 16 \quad (2)$$

گام سوم: با استفاده از رابطه‌های (1) و (2)، مقدارهای a و b را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} -2a + b = 19 \\ -5a + b = 16 \end{cases} \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$(-5\times1) + b = 16 \Rightarrow b = 21 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{21}$$

.۳۸۹

گام اول: چون n متغیر است، بنا به رابطهٔ $q = ne$، ابتدا معادلهٔ بار الکتریکی را به‌دست می‌آوریم:

$$q = ne \xrightarrow{n=5\times10^4 t+6} q = (5\times10^4 t + 6)e$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 \Rightarrow q_1 = 5\times10^4 e t_1 + 6e \\ t_2 \Rightarrow q_2 = 5\times10^4 e t_2 + 6e \end{cases}$$

گام دوم: Δq را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q = q_2 - q_1 \Rightarrow \Delta q = 5\times10^4 e t_2 + \cancel{6e} - 5\times10^4 e t_1 - \cancel{6e}$$

$$\Rightarrow \Delta q = 5\times10^4 e(t_2 - t_1) \Rightarrow \Delta q = 5\times10^4 e\Delta t$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$، جریان الکتریکی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{5\times10^4 e\cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}}$$

$$\xrightarrow{e=1.6\times10^{-19}C} I = 5\times10^4 \times 1.6\times10^{-19} \Rightarrow I = 8\times10^{-15}A$$

.۳۹۰

با توجه به رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ می‌دانیم در صورت ثابت بودن بقیهٔ موارد مقاومت با مساحت مقطع رابطهٔ عکس دارد:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{\pi r^2}{A_2} = 4 \Rightarrow A_2 = \frac{\pi r^2}{4}$$

پس مساحتی که باید کم شود برابر است با:

$$\Delta A = A_2 - A_1 = \pi r^2 - \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3}{4}\pi r^2$$

حال اگر شعاع کم شده را r' بنامیم داریم:

$$\frac{3}{4}\cancel{\pi} r^2 = \cancel{\pi} r'^2 \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{3}}{2} r$$

.۳۹۱

گام اول: با استفاده از رابطهٔ چگالی و با توجه به این‌که حجم سیم برابر $V = AL$ است، A را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=AL} \rho = \frac{m}{AL} \xrightarrow[m=20kg,\, L=500m]{\rho=8\times10^3 kg/m^3}$$

$$8\times10^3 = \frac{20}{A\times500} \Rightarrow A = 5\times10^{-6}m^2$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ (ρ مقاومت ویژه است.) مقاومت ویژه را محاسبه می‌کنیم:

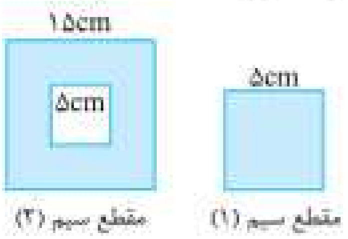
$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow 2 = \rho\times\frac{500}{5\times10^{-6}} \Rightarrow \rho = 2\times10^{-8}\Omega m$$

.۳۹۲

گام اول: با داشتن جرم و چگالی فلز، حجم آن را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=3.2kg=3200g]{\rho=16\frac{g}{cm^3}} 16 = \frac{3200}{V} \Rightarrow V = 200cm^3$$

گام دوم: با داشتن حجم و سطح مقطع هر سیم طول هریک را می‌یابیم: (دقت کنید، برای سطح مقطع سیم (۲) باید سطح مقطع قسمت خالی را از کل سطح مقطع کم کنیم.)

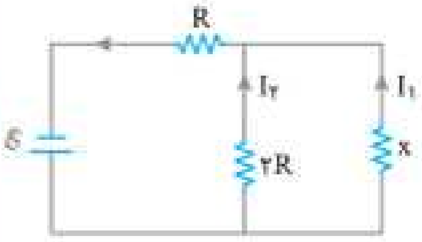


مقطع سیم (۲) — مقطع سیم (۱)

$$\text{سیم (۱)} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 5\times5 = 25cm^2 \\ V_1 = A_1\times L_1 \Rightarrow 200 = 25\times L_1 \Rightarrow L_1 = 8cm \end{cases}$$

۴۱۸.

گام اول: چون مقاومت‌های x و $2R$ باهم موازی هستند، اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است. بنابراین، جریان مقاومت x را I_1 فرض می‌کنیم و جریان مقاومت $2R$ را بر حسب I_1 به‌دست می‌آوریم؛ سپس از مجموع جریان‌های مقاومت‌های x و $2R$، جریان مقاومت R را تعیین می‌کنیم:



$$V_x = V_{2R} \Rightarrow x \times I_1 = 2R \times I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{xI_1}{2R}$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = I_1 + \frac{xI_1}{2R}$$

$$\Rightarrow I = \frac{2RI_1 + xI_1}{2R} \Rightarrow I = \frac{2R + x}{2R} \times I_1$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$ و با توجه به اینکه $P_x = \frac{1}{2}P_R$ است، نسبت $\frac{x}{R}$ را حساب می‌کنیم:

$$P_x = \frac{1}{2}P_R \xrightarrow{P=RI^2} xI_1^2 = \frac{1}{2} \times R \times \left(\frac{2R+x}{2R}\right)^2 \times I_1^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{R}{2} \times \frac{4R^2 + x^2 + 4Rx}{4R^2} \Rightarrow x = \frac{x^2 + 4Rx + 4R^2}{8R}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4Rx + 4R^2 = 8Rx \Rightarrow x^2 - 4Rx + 4R^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2R)^2 = 0 \Rightarrow x - 2R = 0 \Rightarrow x = 2R$$

آزمون پایانی فصل

۱.

گام اول: مساحت سطح مقطع سیم را حساب می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 \xrightarrow{D=6\,mm=6\times10^{-3}\,m}$$

$$A = \pi \times \left(\frac{6\times10^{-3}}{2}\right)^2 \Rightarrow A = 9\pi \times 10^{-6}\,m^2$$

گام دوم: با استفاده از قانون اهم، مقاومت الکتریکی سیم را می‌یابیم:

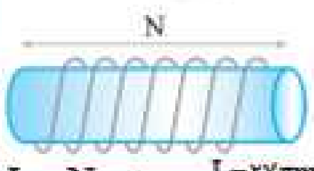
$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow[I=2A]{V=6V} R = \frac{6}{2} \Rightarrow R = 3\Omega$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، طول سیم را پیدا می‌کنیم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow[A=9\pi\times10^{-6}\,m^2]{\rho=10^{-6}\,\Omega m,\, R=3\Omega}$$

$$3 = 10^{-6} \times \frac{L}{9\pi \times 10^{-6}} \Rightarrow L = 27\pi m$$

گام چهارم: با توجه به این‌که طول سیم برابر با تعداد حلقه‌ها ضرب در محیط استوانه است، می‌توان نوشت:



$$L = N \times 2\pi r \xrightarrow[N=150]{L=27\pi m}$$

$$27\pi = 150 \times 2 \times \pi \times r \Rightarrow r = 0/09m = 9cm$$

۲.

گام اول: با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، مقاومت سیم را در دمای $320^\circ C$ می‌یابیم:

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow{A=\pi r^2}$$

$$R = \rho\frac{L}{\pi r^2} \xrightarrow[\pi=3,\, r=\frac{D}{2}=\frac{2}{2}=1mm=1\times10^{-3}m]{L=1/2m,\, \rho=6/8\times10^{-5}\Omega m}$$

$$R = 6/8 \times 10^{-5} \times \frac{1/2}{3 \times 1 \times 10^{-6}} \Rightarrow R = 27/2\Omega$$

گام دوم: تغییرات دما را محاسبه می‌کنیم:

$$R_2 = R_1 + \alpha R_1 \Delta T \xrightarrow[\alpha=2\times10^{-3}\frac{1}{^\circ C}]{R_2=32/64\Omega,\, R_1=27/2\Omega}$$

$$32/64 = 27/2 + 2\times10^{-3} \times 27/2 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100^\circ C$$

۳.

گام اول: قبل از تغییر مقاومت متغیر R جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow \mathcal{E} = (R + r)I \quad (*)$$

گام دوم: اگر مقاومت مدار $R' = 0$، جریان الکتریکی مدار $I' = 4I$ خواهد شد. در این حالت داریم:

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R' + r} \xrightarrow[R'=0]{\mathcal{E}=(R+r)I,\, I'=I4}$$

$$4\cancel{I} = \frac{(R + r)\cancel{I}}{0 + r} \Rightarrow R + r = 4r \Rightarrow R = 3r$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ (*) و $R = 3r$، نیروی محرکهٔ مولد را برحسب I و r می‌یابیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \xrightarrow{R=3r} I = \frac{\mathcal{E}}{3r + r} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{4r} \Rightarrow \mathcal{E} = 4rI$$

گام چهارم: برای این‌که جریان الکتریکی $I'' = \frac{I}{16}$ شود، داریم:

$$I'' = \frac{\mathcal{E}}{R'' + r} \xrightarrow[I''=\frac{I}{16}]{\mathcal{E}=4rI''} \frac{I}{16} = \frac{4rI}{R'' + r}$$

$$\Rightarrow 64r = R'' + r \Rightarrow R'' = 63r \xrightarrow{r=\frac{R}{3}} R'' = 63 \times \frac{R}{3} = 21R$$

۴.

گام اول: چون ولتاژ اسمی لامپ $(V = 220V)$ با ولتاژی که به دو سر لامپ وصل می‌کنیم $(V' = 55V)$، یکسان نیست، توان مصرفی لامپ برابر توان اسمی آن $(P = 60W)$ نخواهد بود. بنابراین باید توان مصرفی لامپ را با ولتاژ $55V$ محاسبه کنیم. با توجه به این که مقاومت لامپ ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ به‌صورت زیر توان مصرفی لامپ را می‌یابیم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{R=\text{ثابت}} \frac{P'}{P} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 \xrightarrow[V'=55V]{P=60W,\, V=220V}$$

$$\frac{P'}{60} = \left(\frac{55}{220}\right)^2 \Rightarrow \frac{P'}{60} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow P' = \frac{60}{16} \Rightarrow P' = \frac{15}{4}W$$

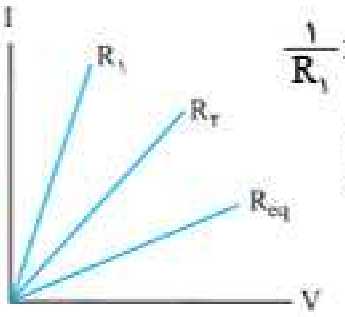
گام دوم: انرژی الکتریکی مصرفی در مدت $t = 1min = 60s$ برابر است با:

$$U = Pt \xrightarrow[U=225J]{P=\frac{15}{4}W} 225 = \frac{15}{4} \times t \Rightarrow t = 60s = 1\,min$$

۵.

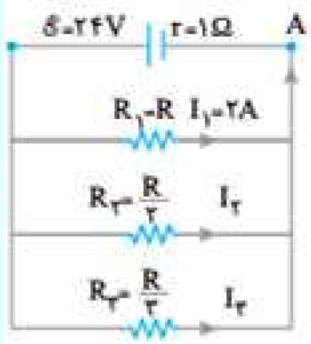
روش اول: گام اول: بیشینهٔ توان خروجی مولد از رابطهٔ $P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ به‌دست می‌آید. بنابراین ابتدا با استفاده از نمودار $\mathcal{E}$ و r را می‌یابیم. چون محل تلاقی نمودار با محور اختلاف پتانسیل (V) برابر $\mathcal{E}$ است، بنابراین $\mathcal{E} = 6V$ می‌باشد. از طرف دیگر اندازهٔ شیب نمودار برابر r است.

$\frac{1}{R_1} > \frac{1}{R_2} > \frac{1}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} > R_2 > R_1$



چون مقاومت معادل دو مقاومت بزرگ‌تر از هر یک از مقاومت‌ها است، الزاماً مقاومت‌ها متوالی‌اند و $R_1 < R_2$ است.

۱۲.



گام اول: جریان الکتریکی شاخهٔ اصلی مدار را به‌دست می‌آوریم. چون مقاومت‌ها با هم موازی‌اند، اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$V_1 = V_2 \xrightarrow{V=RI} R_1I_1 = R_2I_2$

$\Rightarrow R\times 2 = \frac{R}{2}\times I_2 \Rightarrow I_2 = 4A$

$V_1 = V_3 \Rightarrow R_1I_1 = R_3I_3 \Rightarrow R\times 2 = \frac{R}{3}\times I_3 \Rightarrow I_3 = 6A$

$I = I_1+I_2+I_3 = 2+4+6 \Rightarrow I = 12A$

گام دوم: روش اول: برای حلقهٔ بالایی مجموع اختلاف پتانسیل‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم. به همین منظور از نقطهٔ A در جهت جریان، حلقه را دور می‌زنیم تا مجدداً به نقطهٔ A برگردیم. (این روش ویژهٔ رشتهٔ ریاضی است.)

$V_A - rI + \mathcal{E} - R_1I_1 = V_A \Rightarrow -1\times12+24-R\times2=0$

$\Rightarrow 2R = 12 \Rightarrow R = 6\Omega$

روش دوم: با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، مقاومت معادل مدار را می‌یابیم و سپس R را حساب می‌کنیم:

$I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r} \xrightarrow[\mathcal{E}=24V]{I=12A,\ r=1\Omega} 12=\frac{24}{R_{eq}+1} \Rightarrow R_{eq}=1\Omega$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{1}{R}+\frac{2}{R}+\frac{3}{R}$

$\Rightarrow 1 = \frac{6}{R} \Rightarrow R=6\Omega$

۱۳.

با حرکت رئوستا به سمت چپ، مقاومت R_2 افزایش می‌یابد، در نتیجه بنا به رابطهٔ $\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ مقاومت معادل نیز افزایش خواهد یافت. با افزایش مقاومت معادل مدار، طبق رابطهٔ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$، جریان اصلی مدار کاهش یافته و در نتیجه بنا به رابطهٔ $V=\mathcal{E}-rI$، ولتاژ دو سر مولد افزایش می‌یابد. چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 برابر اختلاف پتانسیل دو سر مولد است، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 افزایش یافته و بنا به رابطهٔ $I_1=\frac{V_1}{R_1}$، چون R_1 ثابت است، با افزایش V_1، جریان الکتریکی I_1 نیز افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، چون $I=I_1+I_2$ است، با کاهش I و افزایش I_1، باید I_2 کاهش یابد.

۱۴.

وقتی کلید K باز باشد، مقاومت مدار برابر $R=6\Omega$ و وقتی بسته شود، مقاومت مدار برابر مقاومت معادل دو مقاومت موازی 6Ω و 12Ω است که برابر $R'=\frac{6\times12}{6+12}=4\Omega$ می‌شود. بنابراین با استفاده از رابطهٔ $V=RI=\frac{R\mathcal{E}}{R+r}$ به‌صورت زیر r را می‌یابیم:

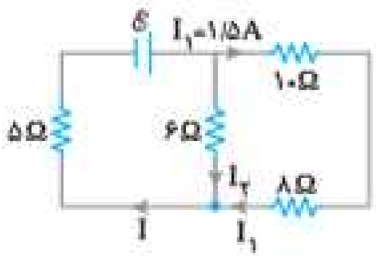
$\frac{V}{V'}=\frac{6}{5} \Rightarrow V=\frac{6}{5}V'$

$\xrightarrow{V=\frac{R\mathcal{E}}{R+r}} \frac{R\cancel{\mathcal{E}}}{R+r}=\frac{6}{5}\times\frac{R'\cancel{\mathcal{E}}}{R'+r} \xrightarrow[R'=4\Omega]{R=6\Omega}$

$\frac{\cancel{6}}{6+r}=\frac{\cancel{6}}{5}\times\frac{4}{4+r}\Rightarrow 20+5r=24+4r$

$\Rightarrow 5r-4r=24-20\Rightarrow r=4\Omega$

۱۵.



گام اول: ابتدا جریان اصلی مدار که از مقاومت ۵ اهمی می‌گذرد را پیدا می‌کنیم. جریان اصلی مدار برابر مجموع جریان‌های I_1 و I_2 است. بنابراین چون مقاومت‌های $(10+8=18\Omega)$ و 6Ω با هم موازی، می‌توان نوشت:

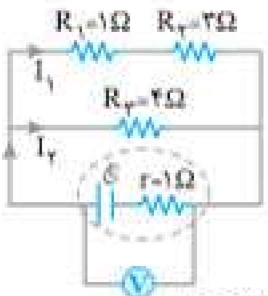
$V_1=V_2\Rightarrow 18I_1=6I_2\Rightarrow 18\times1/5=6I_2\Rightarrow I_2=4/5A$

$I=I_1+I_2=1/5+4/5\Rightarrow I_2=6A$

گام دوم: توان مصرفی مقاومت 5Ω را پیدا می‌کنیم:

$P=RI^2\xrightarrow[I=6A]{R=5\Omega}P=5\times36\Rightarrow P=180W$

۱۶.



گام اول: با استفاده از توان مصرفی مقاومت R_1، جریان شاخهٔ بالایی و سپس جریان شاخهٔ پایینی و در نهایت جریان اصلی مدار را می‌یابیم. با محاسبهٔ جریان اصلی می‌توان ولتاژ دو سر باتری و نیروی محرکهٔ آن را به‌دست آورد:

$P_1=R_1I_1^2\xrightarrow{P_1=4W}4=1I_1^2\Rightarrow I_1=2A$

$R_{1,2}=R_1+R_2=1+3=4\Omega$

$V_{1,2}=V_3\Rightarrow I_1\times R_{1,2}=I_2\times R_3\Rightarrow 2\times4=I_2\times4\Rightarrow I_2=2A$

$I=I_1+I_2=2+2\Rightarrow I=4A$

گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_3 است. بنابراین داریم:

$V=V_3=R_3I_2\Rightarrow V=4\times2\Rightarrow V=8V$

گام سوم: نیروی محرکهٔ باتری برابر است با:

$V=\mathcal{E}-rI\xrightarrow[I=4A]{r=1\Omega}8=\mathcal{E}-1\times4\Rightarrow\mathcal{E}=12V$

۱۷.

گام اول: ابتدا جریان هر شاخه را برحسب جریان اصلی مدار می‌یابیم. چون شاخهٔ بالا $(R_{1,2}=1+3=4\Omega)$ و شاخهٔ پایین $(R_{3,4}=2+6=8\Omega)$ با هم موازی هستند، می‌توان نوشت: