

# فهرست



## بخش اول: خط و نقطه



۸

نیم خط، پاره خط و ناحیه



۱۶

روابط دو خط، دو نقطه و خط و نقطه



## بخش دوم: زاویه‌ها



۲۰

معرفی زاویه‌ها



۲۵

وضعیت دو زاویه نسبت به هم



۳۳

اصل توازی



## بخش سوم: مثلث



۳۸

مثلث و اجزای آن



۴۹

روابط بین اجزای مثلث



۵۶

مثلث‌های خاص



۶۳

چندضلعی‌ها، خواص و روابط



بخش چهارم: چندضلعی‌ها



۷۲

چهارضلعی‌های خاص



۹۴

شکل‌های منتظم



۹۶

تقارن



بخش پنجم: دایره



۱۰۸

معرفی دایره و اجزای آن



۱۱۵

روابط خط، نقطه و دایره با دایره



۱۱۹

محاسبات سطحی و محیطی در دایره



۱۲۹

قرارگیری دایره در چهارضلعی و برعکس



بخش ششم: سطح و حجم



۱۳۲

مکعب



۱۳۸

خصوصیات شکل‌های سه‌بعدی



۱۴۵

تبدیل واحدها



۱۵۳

پاسخ‌نامه



**مثال ۱:** با ۸ خط متفاوت در صفحه، حداکثر چند نقطه‌ی تقاطع

می‌توان مشخص کرد؟

$$\frac{۸ \times ۷}{۲} = ۲۸ \text{ تعداد نقاط تقاطع}$$

**پاسخ**

**مثال ۲:** تعدادی خط در صفحه رسم کردیم که هیچ‌یک موازی

دیگری نیست. از هر نقطه نیز حداکثر ۲ خط می‌گذرد. تعداد نقاط

تقاطع این خطوط ۵۵ تا است. تعداد خط‌ها چندتا است؟

**پاسخ**

$$\frac{n \times (n-1)}{۲} \text{ یا } \frac{(n-1) \times \text{تعداد نقاط}}{۲} = ۵۵$$

$$\Rightarrow (n-1) \times \text{تعداد نقاط} = ۵۵ \times ۲ = ۱۱۰$$

حالا باید دو عدد پشت سر هم پیدا کنیم که حاصل ضرب آن‌ها

۱۱۰ شود؛ بنابراین:

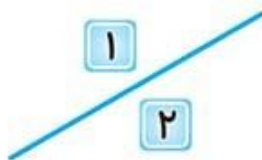
$$۱۱ \times ۱۰ = ۱۱۰ \Rightarrow \text{تعداد نقاط} = ۱۱$$

**بیشترین تعداد نامیه‌ی ایجادشده  
در صفحه با خطوط**

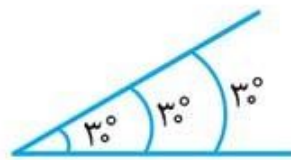
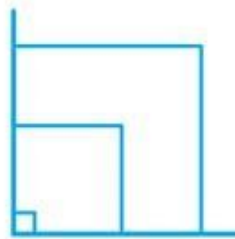
**۷**

● اگر یک خط راست در صفحه رسم کنیم، صفحه به

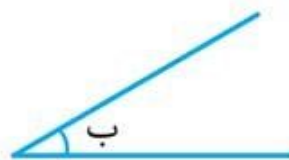
۲ قسمت تقسیم می‌شود:



● زاویه از دو نیم‌خط تشکیل شده است که در یک نقطه با هم مشترک‌اند و نقطه‌ی برخورد آن‌ها را رأس زاویه می‌نامند. اگر ضلع‌های زاویه‌ای را امتداد دهیم، در کوچکی و بزرگی آن اثری ندارد.



● بزرگی و کوچکی یک زاویه به اندازه‌ی ضلع زاویه بستگی ندارد. در شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی (آ) از اندازه‌ی زاویه‌ی (ب) بزرگ‌تر است.



مثال

الف) زاویه‌ی تمام‌صفحه ..... برابر زاویه‌ی نیم‌صفحه و

..... برابر زاویه‌ی قائمه است.

ب) زاویه‌ی نیم‌صفحه ..... برابر زاویه تمام‌صفحه است.

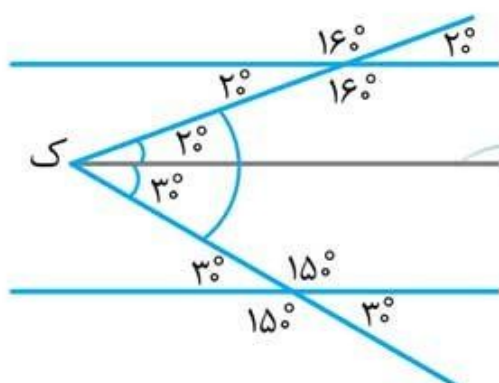
پ) زاویه‌ی قائمه ..... برابر زاویه‌ی تمام‌صفحه است.

پاسخ

الف) ۲، ۴      ب)  $\frac{1}{2}$       پ)  $\frac{1}{4}$



پاسخ



این خط را موازی دو خط دیگر رسم می‌کنیم.

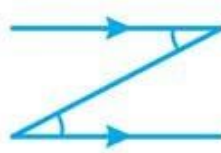
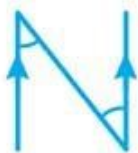
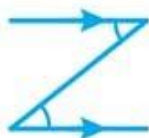
$$\hat{K} = 2^\circ + 3^\circ = 5^\circ$$

### روابط بین خطوط موازی و مورب (قانون Z)

۱۸



● حالتی که در حل مسائل خطوط موازی و مورب زیاد استفاده می‌شود، حالتی است که به آن Z می‌گوییم. در این صورت به شرط موازی بودن دو خط بالایی و پایینی، دو زاویه‌ای که در شکل مشخص شده‌اند، همواره با هم برابرند. به شکل‌های زیر توجه کنید.



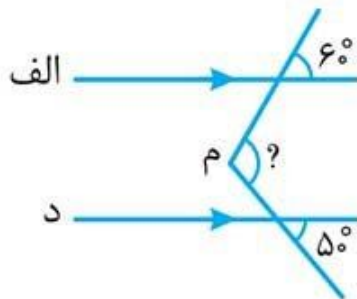
● حالت‌های زیر در مسائل خطوط موازی زیاد پیش می‌آید. در هر شکل، دو زاویه‌ی علامت زده شده با هم برابرند.



پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۳۹. در شکل زیر (د)  $\parallel$  (الف). اندازه‌ی زاویه‌ی (م) چند درجه است؟



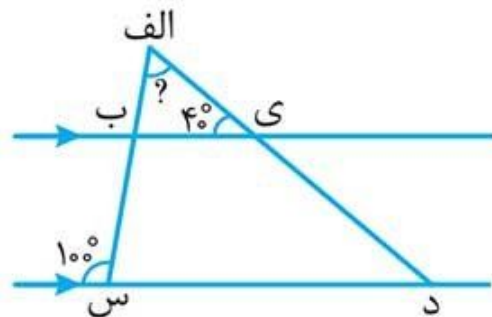
(۱) ۱۳۵

(۲) ۹۰

(۳) ۱۱۰

(۴) ۱۲۰

۴۰. در شکل زیر زاویه‌ی (الف) چند درجه است؟ ((س د)  $\parallel$  (بی))



(۱) ۹۰

(۲) ۷۵

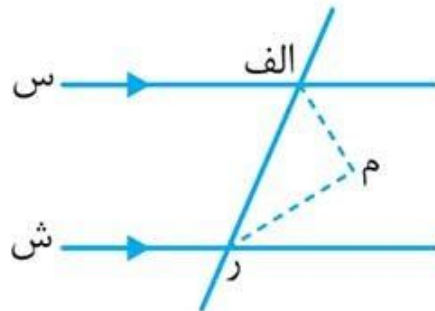
(۳) ۶۰

(۴) ۴۵

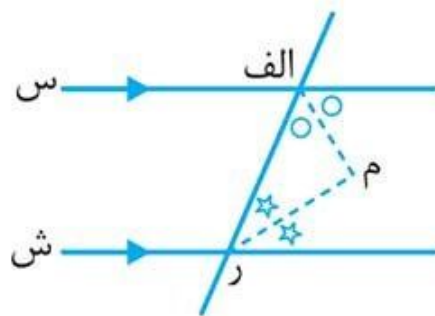
### زاویه‌ی نیمسازها در دو خط موازی و یک خط مورّب

۱۹

● اگر در شکل زیر دو خط (س) و (ش) با هم موازی باشند و (الف م) و (ر م) نیمساز زاویه‌ها باشند، زاویه‌ی (م) برابر  $90^\circ$  درجه خواهد بود. (چرا؟)



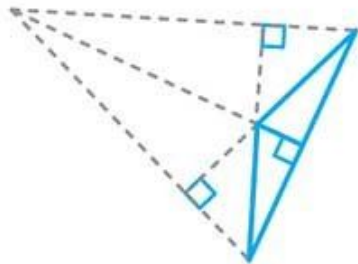
**D توجه:** دایره‌ها با هم و ستاره‌ها با هم برابرند. مجموع دو دایره و دو ستاره برابر  $180^\circ$  درجه خواهد بود؛ پس مجموع یک دایره و ستاره، نصف  $180^\circ$  درجه یعنی  $90^\circ$  درجه خواهد شد.



$$\hat{م} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

پس در مثلث (الف م ر):

● محل برخورد سه ارتفاع مثلثی که زاویه‌ی باز دارد، خارج از مثلث است.



۴۶. کدام نقطه همواره خارج از مثلث قرار می‌گیرد؟

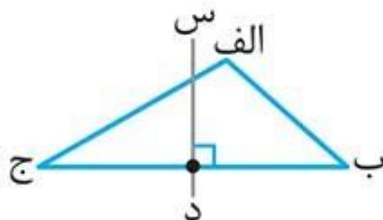
- (۱) محل برخورد سه میانه
- (۲) محل برخورد سه ارتفاع در مثلث قائم‌الزاویه
- (۳) محل برخورد سه ارتفاع در مثلثی با یک زاویه‌ی باز
- (۴) محل برخورد سه عمودمنصف

### عمودمنصف

۲۵

● عمودمنصف یک ضلع، خطی است که از وسط ضلع بگذرد و بر آن عمود شود.

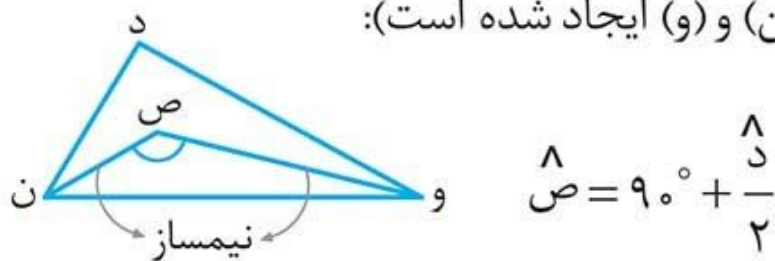
♦ **مثال ۱:** در مثلث زیر، خط (س د) عمودمنصف پاره خط (ب ج) است.



● هر نقطه‌ای واقع بر عمودمنصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

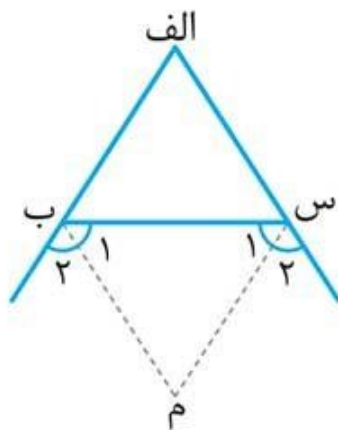


استفاده می‌کنیم (زاویه‌ی (ص) از برخورد نیمساز دو زاویه‌ی (ن) و (و) ایجاد شده است):



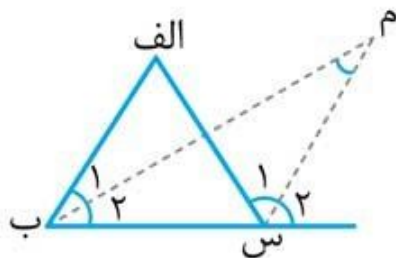
$$\hat{ص} = 90^\circ + \frac{\hat{د}}{2}$$

● زاویه‌ی بین نیمسازهای خارجی: زاویه‌ی (م) از برخورد نیمسازهای خارجی زاویه‌های (ب) و (س) به دست آمده است.



$$\hat{م} = 90^\circ - \frac{\hat{الف}}{2}$$

● زاویه‌ی بین نیمساز داخلی و خارجی در مثلث: از برخورد نیمساز داخلی زاویه‌ی (ب) و نیمساز خارجی زاویه‌ی (س)، زاویه‌ی (م) حاصل می‌شود که اندازه‌ی آن از فرمول زیر به دست می‌آید:



$$\hat{م} = \frac{\hat{الف}}{2}$$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۵۱. در مثلثی به ضلع‌های ۵، ۷ و ۸ کدام عدد برای مجموع اندازه‌ی سه میانه مورد قبول است؟

- ۱۹ (۱)      ۲۰ (۲)      ۳۰ (۳)      ۱۴ (۴)

رابطه‌ی ضلع‌های مثلث با محیط



در هر مثلث، طول هر ضلع باید از نصف محیط مثلث کمتر باشد.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۵۲. چند مثلث می‌توان ساخت که هر ضلع آن دارای طول طبیعی (برحسب سانتی‌متر) و محیط ۱۵ باشد؟

- ۱۲ (۴)      ۶ (۳)      ۵ (۲)      ۳ (۱)

۵۳. محیط مثلثی ۲۴ سانتی‌متر و طول ضلع‌های آن سه عدد زوج متوالی است. طول کوتاه‌ترین ضلع مثلث چند سانتی‌متر است؟

- ۱۰ (۴)      ۸ (۳)      ۶ (۲)      ۴ (۱)



۶۱. یک پنج‌ضلعی چهار زاویه‌ی  $100^\circ$  دارد. زاویه‌ی پنجم آن چند درجه است؟

۹۵ (۴)      ۱۵۰ (۳)      ۱۲۰ (۲)      ۱۴۰ (۱)

۶۲. مجموع زاویه‌های یک چندضلعی  $1620^\circ$  درجه است. این چندضلعی چند ضلع دارد؟

۱۲ (۴)      ۱۱ (۳)      ۹ (۲)      ۱۰ (۱)

### تعداد قطرهای چندضلعی

۴۵

از هر رأس یک چندضلعی،  $(3 - \text{تعداد ضلع‌ها})$  قطر عبور می‌کند.

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{(3 - \text{تعداد ضلع‌ها}) \times \text{تعداد ضلع‌ها}}{2}$$

**D توجه:** منظور از چندضلعی در این نکته، چندضلعی محدب است که تعریف آن در نکته‌ی ۴۳ آمده است.

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۶۳. نسبت قطرهای شش‌ضلعی به پنج‌ضلعی کدام است؟

(تهران ۹۳ - ۹۲)

۵ به ۶ (۲)

۵ به ۹ (۱)

۶ به ۵ (۴)

۹ به ۵ (۳)

گزینه ی ۲:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 30^\circ = 90^\circ \\ 20 \times 5 / 5^\circ = 110^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$$

گزینه ی ۳:

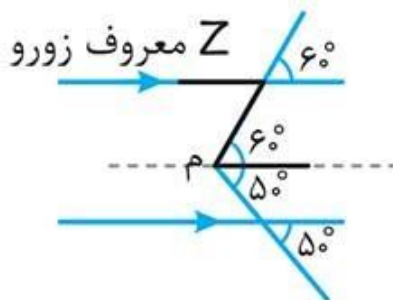
$$\left. \begin{array}{l} 5 \times 30^\circ = 150^\circ \\ 30 \times 5 / 5^\circ = 165^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 165^\circ - 150^\circ = 15^\circ$$

گزینه ی ۴:

$$\left. \begin{array}{l} 9 \times 30^\circ = 270^\circ \\ 45 \times 5 / 5^\circ = 247.5^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow 270^\circ - 247.5^\circ = 22.5^\circ$$

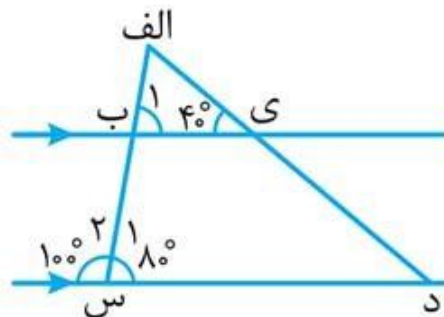
۳۹. گزینه ی «۳» ابتدا خطی از (م) به موازات دو خط موازی

رسم می کنیم:



$$\hat{M} = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$

۴۰. گزینه ی «۳»



$$\hat{ب}_1 = \hat{س}_1 \Rightarrow (د س) \parallel (ب ی)$$

$$\hat{الف} = 180^\circ - (18^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

پس:

$$\text{محیط} = ۵ + ۷ + ۸ = ۲۰$$

۵۱. گزینه‌ی «۱»

$$\text{محیط} \frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۴} \times ۲۰ = ۱۵$$

$$۱۵ < ۲۰ \text{ مجموع } ۳ \text{ میانه } < ۱۵$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۱۵ = ۷/۵ < \text{طول هر ضلع}$$

۵۲. گزینه‌ی «۳»

از آنجایی که اندازه‌ی ضلع‌ها عددی طبیعی است، هر ضلع نمی‌تواند بیشتر از ۷ باشد. بنابراین اندازه‌ی ضلع‌های مثلث‌ها می‌تواند (۱، ۷، ۷) و (۲، ۶، ۷)، (۳، ۵، ۷)، (۶، ۳، ۶)، (۴، ۵، ۶)، (۵، ۵، ۵) باشد.

۵۳. گزینه‌ی «۲» عددهای زوج مثبت پشت سر هم را که کمتر از نصف محیط یعنی ۱۲ هستند، نوشته و آن‌ها را امتحان می‌کنیم. پاسخ ۱۰، ۸ و ۶ خواهد بود.

۵۴. گزینه‌ی «۴»

$$\left. \begin{array}{l} \hat{ب} > \hat{الف} \Rightarrow (\text{س الف}) > (\text{س ب}) \\ \hat{س} > \hat{الف} \Rightarrow (\text{ب الف}) > (\text{س ب}) \end{array} \right\} \Rightarrow ۲ \hat{الف} > \hat{ب} + \hat{س}$$

$$\xrightarrow{(\hat{الف}) + \text{طرفین}} \hat{الف} + \hat{س} + \hat{الف} > \hat{ب} + \hat{س} + \hat{الف}$$

$$۳ \hat{الف} > ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{الف} > ۶۰^\circ$$

اندازه‌ی ارتفاع وارد بر ساق  $۴ + ۳ = ۷$

۵۵. گزینه‌ی «۴»

اندازه‌ی یک ساق  $۱۶ \div ۲ = ۸$

$$\Rightarrow \frac{۸ \times ۷}{۲} = \frac{۵۶}{۲} = ۲۸ \text{ مساحت مثلث}$$