










بخش اول: عددها و الگوها



- ۱۱ عددنویسی و عددشناسی 
- ۲۸ خواص چهار عمل اصلی، ریاضیات عمومی 
- ۶۰ بخش پذیری، مقسوم علیه و مضرب 
- ۸۱ الگوها 


بخش دوم: کسر متعارفی




- ۸۵ انواع کسرها؛ مقایسه و تبدیل 
- ۱۰۶ جمع و تفریق کسرها و عددهای مخلوط 
- ۱۱۳ ضرب و تقسیم کسرها و عددهای مخلوط 

بخش سوم: عددهای اعشاری




۱۳۹ معرفی عددهای اعشاری و تبدیل آنها به کسر 

۱۵۱ ضرب و تقسیم عددهای اعشاری و مسائل کاربردی آن 

بخش چهارم: نسبت، تناسب و درصد




۱۵۳ مفهوم نسبت و تناسب و انواع آن 

۱۶۷ تسهیم به نسبت 


۱۷۴ درصد و ریاضیات مالی 

بخش پنجم: عددهای تقریبی



۱۸۹ تقریب زدن، قطع کردن 

۱۹۴ گرد کردن 

۲۰۱ خطای تقریب، تقریب کسرها و محاسبات تقریبی 

بخش ششم: عددهای مرکب



۲۰۹

حساب عددهای مرکب



۲۱۳

نکات مربوط به زمان



بخش هفتم: آمار و احتمال



۲۲۵

آمار و نمودار



۲۳۶

میانگین و احتمال



بخش هشتم: مختصات و عددهای صحیح



۲۵۳

محورهای مختصات



۲۶۷

عددهای صحیح



۲۷۹

پاسخنامه



بخش اول

عددها و الگوها



عددنویسی و عددشناسی



عددنویسی و ارزش مکانی



● به هر یک از ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ رقم گفته می‌شود؛ بنابراین ما فقط ۱۰ رقم داریم.

📌 **نکته‌تر:** رقم‌ها می‌توانند عدد هم باشند؛ مثلاً به ۶ هم می‌توان گفت رقم ۶ و هم می‌توان گفت عدد ۶ ولی به ۳۸ فقط می‌توان گفت عدد ۳۸ که یک عدد دورقمی است (البته فعلاً رقم ۰ را به عنوان یک عدد یک‌رقمی در نظر نمی‌گیریم).

عددهای زوج و فرد

● کلمه‌ی زوج به معنای جفت و دوتایی است. عدد زوج، عددی است که بر ۲ قابل تقسیم است. اگر در یکان عددی، یکی از رقم‌های ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ قرار بگیرد، آن عدد زوج است.

● کلمه‌ی فرد به معنای تک و یگانه است. عدد فرد، عددی است که اگر آن را بر ۲ تقسیم کنیم، باقی‌مانده برابر ۱ می‌شود. اگر در یکان عددی، یکی از رقم‌های ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ قرار بگیرد، آن عدد فرد است.

فواص چهار عمل اصلی، ریاضیات عمومی



فواص چهار عمل اصلی

۷

در این نکته، خواص چهار عمل اصلی به ترتیب جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بیان می‌شود.



فواص عمل جمع

الف خاصیت تعویض‌پذیری (جاب‌جایی):

در جمع دو عدد اگر جای عامل‌های جمع‌شونده را عوض کنیم، حاصل جمع تغییر نمی‌کند.

$$\bigcirc + \square = \square + \bigcirc$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 2 = 5 \\ 2 + 3 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 2 = 2 + 3$$

مثال ۱:

ب خاصیت شرکت‌پذیری (دسته‌بندی):

این اصل درباره‌ی جمع سه عدد یا بیشتر به کار می‌رود. در واقع ما در این روش، دسته‌بندی عددها را اجرا می‌کنیم.

$$(\bigcirc + \square) + \triangle = \bigcirc + (\square + \triangle)$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۲۷. با توجه به تساوی زیر، پرانتز در کدام یک از گزینه‌ها درست گذاشته شده است؟

$$۱۸ + ۳ \times ۲۵ \div ۱۵ - ۳ = ۲۰$$

$$(۱) \quad ۱۸ + (۳ \times ۲۵ \div ۱۵) - ۳ = ۲۰$$

$$(۲) \quad (۱۸ + ۳) \times ۲۵ \div ۱۵ - ۳ = ۲۰$$

$$(۳) \quad ۱۸ + ۳ \times ۲۵ \div (۱۵ - ۳) = ۲۰$$

$$(۴) \quad (۱۸ + ۳ \times ۲۵) \div ۱۵ - ۳ = ۲۰$$

۲۸. حاصل عبارت زیر کدام گزینه است؟

$$۱۳ - ۲ \times ۴ + ۳ \times (۲ + ۱)$$

$$(۱) \quad ۲۰ \quad (۲) \quad ۱۶ \quad (۳) \quad ۱۲ \quad (۴) \quad ۱۴$$

۲۹. حاصل عبارت $۳ \times ۷ + ۹ \div ۳ - ۱$ کدام گزینه است؟

$$(۱) \quad ۸ \quad (۲) \quad ۹ \quad (۳) \quad ۲۰ \quad (۴) \quad ۲۳$$

روش حل معادله‌های دومجهولی و چندمجهولی



● با داشتن مجموع و اختلاف دو عدد، برای محاسبه‌ی دو عدد کوچک‌تر و بزرگ‌تر به این طریق عمل می‌کنیم:

$$\text{عدد کوچک‌تر} = \frac{\text{اختلاف} - \text{مجموع}}{۲}$$

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = \frac{\text{اختلاف} + \text{مجموع}}{۲}$$



مشخص کردن روزهای هفته

۱۲

● ابتدا تعداد روزها را از زمان مشخص شده تا خواسته شده محاسبه می‌کنیم و آن را بر عدد ۷ (تعداد روزهای هفته) تقسیم می‌کنیم؛ سپس باقی مانده‌ی تقسیم را به روز مشخص شده در سؤال اضافه می‌کنیم تا روز خواسته شده را به دست آوریم.

مثال: اگر امروز جمعه و ۲۳ مرداد باشد، ۳۰ شهریور همین سال چندشنبه است؟

پاسخ

$$\left. \begin{array}{l} \text{از ۲۳ مرداد تا ۳۱ مرداد} = ۸ \text{ روز} \\ \text{از ۱ شهریور تا ۳۰ شهریور} = ۳۰ \text{ روز} \end{array} \right\} \Rightarrow ۸ + ۳۰ = ۳۸$$

$$\begin{array}{r|l} ۳۸ & ۷ \\ -۳۵ & ۵ \\ \hline & ۳ \end{array}$$

دوشنبه = جمعه + ۳ روز $\Rightarrow ۳$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای 

۵۲. اگر ۲۵ خرداد، یکشنبه باشد، ۱۵ مرداد همان سال چندشنبه است؟

- (۱) سه‌شنبه
(۲) چهارشنبه
(۳) پنجشنبه
(۴) یکشنبه

۵۳. اگر ۵ شهریور، دوشنبه باشد، ۱۲ مهر همان سال چه روزی است؟

- (۱) دوشنبه
(۲) چهارشنبه
(۳) پنجشنبه
(۴) جمعه

بخش دوم

کسر متعارفی



انواع کسرها؛ مقایسه و تبدیل



کسر متعارفی

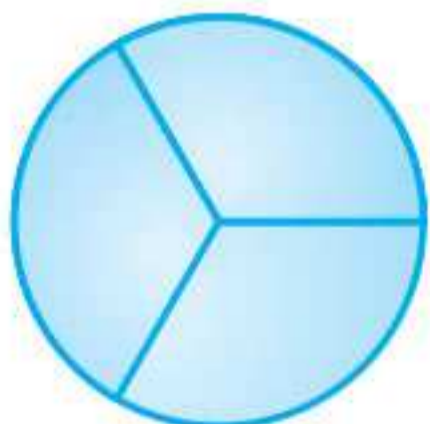
۲۲

● هرگاه واحدی را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم و فقط قسمتی از کل آن را انتخاب کنیم، این انتخاب را می‌توانیم به صورت کسر نمایش دهیم.

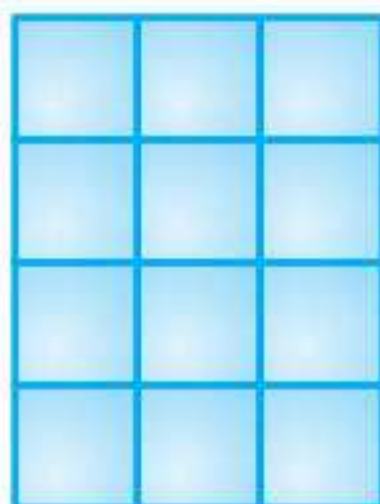
انواع کسر

■ مساوی با واحد: کسرهایی که صورتشان با مخرجشان برابر است. این کسرها همیشه برابر با واحد یا همان ۱ هستند.

مثال ۱: 



$$\frac{3}{3} = 1$$



$$\frac{12}{12} = 1$$

مثال ۵: با رقم‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ چند کسر کوچک‌تر از واحد

می‌توان نوشت؟

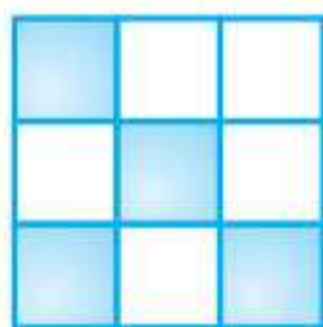
پاسخ

$$\frac{2}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

در مجموع ۶ کسر می‌توان نوشت \Rightarrow



مثال ۶: چند مربع کوچک دیگر باید رنگ شود

تا $\frac{2}{3}$ این شکل رنگ شده باشد؟

پاسخ

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$\xrightarrow{\times 3}$
 $\xleftarrow{\times 3}$

باید ۲ مربع دیگر رنگ شود. \Rightarrow

نکته‌تر: اگر به صورت و مخرج کسری کوچک‌تر از واحد عددی

اضافه کنیم، کسر بزرگ‌تری به دست می‌آید؛ اگر به صورت و مخرج

کسری بزرگ‌تر از واحد عددی اضافه کنیم، کسر کوچک‌تری به دست

می‌آید و اگر به صورت و مخرج کسر مساوی با واحد عددی اضافه کنیم،

حاصل کسر تغییر نمی‌کند.

پاسخ توجه کنید اگر در صورت و مخرج کسر، دو یا چند عدد در هم ضرب شده باشند، می‌توانید در صورت امکان، ابتدا عددها را ساده کنید تا سریع‌تر به جواب برسید.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\overset{5}{\cancel{15}} \times \overset{2}{\cancel{1}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times 5}{\overset{1}{\cancel{3}} \times 2} = \frac{5}{2}$$

نکته‌تر: برای سرعت بخشیدن به عملیات ساده کردن، می‌توان صورت و مخرج کسر را به شکل ضرب عامل‌ها نوشت و سپس عامل‌های مشترک از صورت و مخرج را با هم ساده کرد.

مثال ۳: کسرهای $\frac{18}{27}$ و $\frac{72}{108}$ را ساده کنید.

$$\frac{18}{27} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \times \overset{9}{\cancel{9}}}{\overset{3}{\cancel{3}} \times \overset{9}{\cancel{9}}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{72}{108} = \frac{\overset{1}{\cancel{36}} \times 2}{\overset{1}{\cancel{36}} \times 3} = \frac{2}{3}$$

پاسخ

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱۳۸. کدام یک از کسرهای زیر ساده نمی‌شوند؟

$$\frac{14}{45} \quad (2)$$

$$\frac{38}{57} \quad (4)$$

$$\frac{39}{117} \quad (1)$$

$$\frac{17}{51} \quad (3)$$

$$\text{پ) } 2\frac{5}{2}, 4\frac{1}{3}, 2\frac{5}{2} = 4\frac{1}{2} \Rightarrow 4\frac{1}{2}, 4\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \rightarrow 4\frac{1}{2} > 4\frac{1}{3} \Rightarrow 2\frac{5}{2} > 4\frac{1}{3}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱۴۰. در میان کسرهای نوشته شده، کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

$$\frac{16}{25}, \frac{6}{8}, \frac{3}{3}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{16}{25} \quad (4)$$

$$\frac{6}{8} \quad (3)$$

۱۴۱. کدامیک از کسرهای زیر، بزرگ‌تر از کسر $\frac{15}{15}$ است؟

$$\frac{18}{18} \quad (4)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{17}{20} \quad (2)$$

$$\frac{12}{15} \quad (1)$$

۱۴۲. کدام کسر بین کسرهای $\frac{3}{9}$ و $\frac{4}{9}$ قرار دارد؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{18} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{10}{27} \quad (1)$$

۱۴۳. کدامیک از رابطه‌های زیر درست است؟

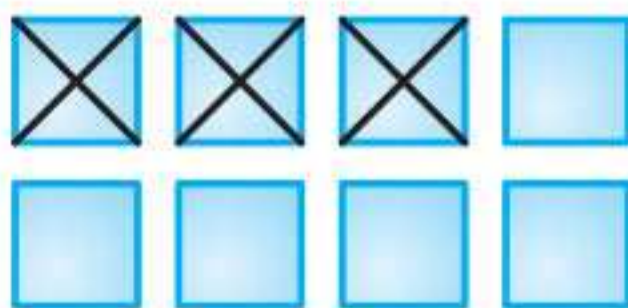
$$\frac{15}{20} > \frac{4}{5} > \frac{11}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} > \frac{14}{18} > \frac{5}{6} \quad (1)$$

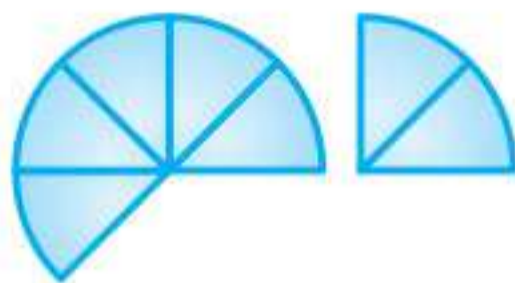
$$\frac{7}{8} > \frac{19}{24} > \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{23}{27} > \frac{7}{9} > \frac{31}{36} \quad (3)$$

● نمایش جمع و تفریق کسرها به کمک شکل:



$$\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$



$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۴۷. با توجه به عبارت زیر مجموع و کدام است؟

$$\frac{\square}{4} + \frac{1}{5} = \frac{177}{\bigcirc}$$

۶۵ (۲)

۴۱ (۱)

۱۸ (۴)

۳۹ (۳)

۱۴۸. حاصل عبارت $(\frac{2}{6} + \frac{3}{4}) + (\frac{5}{8} + \frac{4}{6}) + (\frac{1}{4} + \frac{3}{8})$ کدام گزینه است؟

$\frac{3}{6}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

۳ (۱)

۱۴۹. حاصل کسر $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ کدام است؟

۰/۷۵ (۴)

۰/۱۲۵ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۵ (۱)

مثال ۵: حاصل تقسیم $7 \overline{) 14/4}$ را تا سه رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید.

پاسخ

$$\begin{array}{r}
 14/4 \quad \overline{) 7} \\
 \underline{-14} \\
 00 40 \\
 \underline{-35} \\
 050 \\
 \underline{-42} \\
 080
 \end{array}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای 

۱۸۷. حاصل عبارت $(13/0.9 + 4/23) \times 3/0$ کدام است؟

۶/۲۰۴ (۲)

۵۱۹/۶ (۱)

۵/۱۹۶ (۴)

۴/۱۹۶ (۳)


۱۸۸. اگر ضخامت یک برگ کاغذ ۰.۱۴٪ سانتی‌متر باشد، ضخامت یک بسته‌ی ۳۰۰ برگی از این نوع کاغذ چند سانتی‌متر است؟

۳/۲ (۲)

۴/۰۲ (۱)

۴/۰۰۲ (۴)

۴/۲ (۳)

نکات مربوط به زمان واحد‌های زمان 

● واحدهای زمان عبارت‌اند از:

۱ یک ساعت برابر است با ۶۰ دقیقه.

۲ یک دقیقه برابر است با ۶۰ ثانیه.


۳ یک ساعت برابر است با ۳۶۰۰ ثانیه ($۶۰ \times ۶۰ = ۳۶۰۰$).


۴ یک شبانه‌روز برابر است با ۲۴ ساعت.

۵ یک سال برابر است با ۳۶۵ روز (هر ۴ سال یک بار ۳۶۶ روز (سال کبیسه)).

۶ یک سال برابر است با تقریباً ۵۲ هفته.

۷ هر صد سال برابر است با یک قرن.

 **نکته‌تر:** برای ضرب یک عدد در یک عدد مرکب لازم است این عدد را در هر ۳ قسمت (ثانیه، دقیقه و ساعت) ضرب کنیم؛ سپس عدد را بر حسب واحدهای ۶۰ تایی به ثانیه، دقیقه و ساعت تبدیل کنیم.

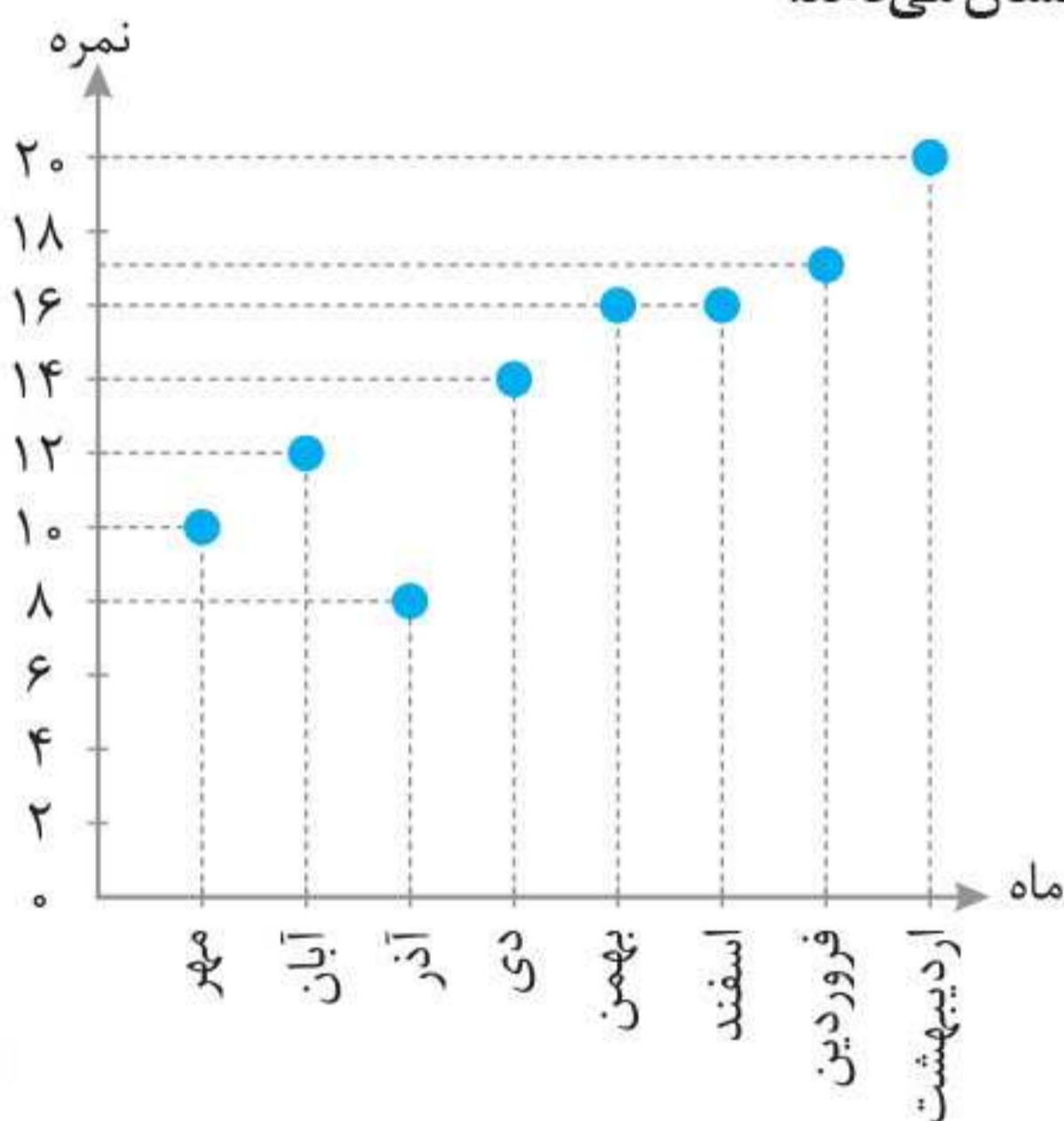
 **مثال:** دو برابر عدد مرکب $۷ : ۱۴' : ۳۵''$ را به دست آورید.

$$\begin{array}{r}
 ۷ \quad ۱۴' \quad ۳۵'' \\
 \times \quad \quad \quad ۲ \\
 \hline
 ۱۴ \quad ۲۸' \quad ۷۰'' \\
 \leftarrow \\
 ۱۴ \quad ۲۹' \quad ۱۰''
 \end{array}$$

پاسخ

۵ نمودار نقطه‌ای: در این نمودار دو محور عمود بر هم رسم می‌کنیم و هر محور را محل قرار گرفتن یکی از عامل‌ها قرار می‌دهیم.

مثال ۵: برای رسم نمودار نقطه‌ای نمره‌های دانش‌آموزی در درس ریاضی یک محور، محور نمره‌ها و محور دیگر محور ماه‌های سال تحصیلی است. روی محور ماه‌ها، در نقطه‌ی هر ماه خط عمودی بر محور ماه و در نقطه‌ی نمره‌های آن ماه، خطی عمود بر محور نمره‌ها رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو خط، نقطه‌ای است که نمره‌ی آن ماه را به خوبی نشان می‌دهد.



پاسخ گزینهی «۱»

اگر (ب) قرینه‌ی (آ) نسبت به (م) باشد، پس (آ) هم قرینه‌ی (ب) نسبت به (م) است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{مختصات (آ)} = (ب) - (م) \times 2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{مختصات (س)} = (ن) \times 2 - (م) = \begin{bmatrix} 12 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$2 \times (\text{س}) - (\text{آ}) = \begin{bmatrix} 14 \\ 16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 15 \end{bmatrix}$$

● در قرینه‌ی هر نقطه نسبت به هر خط عمودی (موازی محور عرض)، عرض نقطه تغییر نمی‌کند.

مثال ۱۰: کدام گزینه، قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ نسبت به خطی

است که موازی محور عرض بوده و از نقطه‌ی $B = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ عبور می‌کند؟

$$(۱) \begin{bmatrix} 11 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲) \begin{bmatrix} 11 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۳) \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۴) \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \end{bmatrix}$$

پاسخ گزینه‌ی «۲»

عرض تغییر نمی‌کند ولی طول آن برابر می‌شود با:

$$7 - 3 = 4 \Rightarrow 7 + 4 = 11$$

۳۲۹. گزینه‌ی «۴» ساعت ۲۱ یعنی ۹ بعد از ظهر. زاویه‌ی بین هر ساعت، 30° درجه است؛ بنابراین داریم:



$$3 \times 30^\circ = 90^\circ$$

۳۳۰. گزینه‌ی «۲» $(3 \times 30^\circ) - (55 \times 5 / 5^\circ) = 212 / 5^\circ$

$$360^\circ - 212 / 5^\circ = 147 / 5^\circ$$

توجه کنید که $5/5$ همان $\frac{11}{2}$ است.

چون زاویه از 180° درجه بیشتر شده است، باید آن را از 360° درجه کم کنیم.

۳۳۱. گزینه‌ی «۲» $(9 \times 30^\circ) - (40 \times 5 / 5^\circ) = 5^\circ$

۳۳۲. گزینه‌ی «۱» گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ ساعت‌های متحرک‌اند و در آنها، عقربه‌ها بر هم منطبق نمی‌شوند.

نکته‌تر: منظور از ساعت متحرک، ساعتی است که عقربه‌ی دقیقه‌شمار بخشی از مسیر 60° دقیقه‌ای خود را طی می‌کند و سبب می‌شود عقربه‌ی ساعت‌شمار بخشی از مسیر 30° درجه‌ای خود را طی کند.

۳۳۳. گزینه‌ی «۲» گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ ساعت‌های متحرک‌اند ولی گزینه‌ی ۲، ساعت ثابت است.

۳۵۳. گزینه‌ی «۲»

$$\frac{۱۶ + ۲۰ + ۱۲}{۳} = \frac{۴۸}{۳} = ۱۶$$

تولید برنج به‌طور متوسط در سه شهر ۱۶

۳۵۴. گزینه‌ی «۱»

۳۵۵. گزینه‌ی «۱»

$$\frac{۱۹۳ + ۱۸۰ + ۱۷۰}{۳} = ۱۸۱$$

۳۵۶. گزینه‌ی «۴»

۳۵۷. گزینه‌ی «۱»

$$\frac{۱۹۳ + ۱۸۰ + ۱۷۰ + ۱۶۱ + ۱۱۳ + ۱۴۰}{۶} = \frac{۹۵۷}{۶} = ۱۵۹/۵$$

۳۵۸. گزینه‌ی «۳»

فوتبال	۱۰	<input type="checkbox"/>
کلاس	۲۵	۱۰۰

$$\Rightarrow \square = \frac{۱۰ \times ۱۰۰}{۲۵} = ۴۰\%$$

$$۱۰\% = \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۳۰}$$

۳۵۹. گزینه‌ی «۱»

$$\Rightarrow \square = \frac{۳۰ \times ۱۰}{۱۰۰} = ۳$$

تعداد افراد علاقه‌مند به تاریخ ۳

$$۳۰\% = \frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۳۰}$$

$$\Rightarrow \square = \frac{۳۰ \times ۳۰}{۱۰۰} = ۹$$

تعداد افراد علاقه‌مند به ریاضی ۹