

به نام خدای کهربان

در سطح  
سوالات نهایی  
۱۴۰۲  
و بالاتر

بانک سوالات نهایی

دوازدهم

مجموعه کتاب‌های  
پرسوال

ریاضی و آمار

- در سنامه‌های هدف‌دار مطابق با رویکرد امتحان نهایی
- بیش از ۷۵۰ سوال امتحانی تألیفی و نهایی
- آزمون‌های شبیه‌ساز نهایی

- حمیده بهر روزی
- همکار تألیف: فاطمه ایلخانی
- ناظر محتوایی: امیر زراندوز

هومان

مهروماه



## فصل اول: آمار و احتمال

### درس اول: شمارش

|     |                |
|-----|----------------|
| ۶   | درس‌نامه       |
| ۱۸  | سؤالات امتحانی |
| ۱۱۰ | پاسخ‌نامه      |

### درس دوم: احتمال

|     |                |
|-----|----------------|
| ۲۲  | درس‌نامه       |
| ۳۶  | سؤالات امتحانی |
| ۱۱۶ | پاسخ‌نامه      |

### درس سوم: چرخه آمار در حل مسائل

|     |                |
|-----|----------------|
| ۴۲  | درس‌نامه       |
| ۴۸  | سؤالات امتحانی |
| ۱۲۵ | پاسخ‌نامه      |

## فصل دوم: الگوهای خطی

### درس اول: مدل‌سازی و دنباله

|     |                |
|-----|----------------|
| ۵۴  | درس‌نامه       |
| ۶۰  | سؤالات امتحانی |
| ۱۲۹ | پاسخ‌نامه      |

### درس دوم: دنباله‌های حسابی (عددی)

|     |                |
|-----|----------------|
| ۶۳  | درس‌نامه       |
| ۶۷  | سؤالات امتحانی |
| ۱۳۵ | پاسخ‌نامه      |

## فصل سوم: الگوهای غیرخطی

### درس اول: الگوهای غیرخطی

|     |                |
|-----|----------------|
| ۷۲  | درس‌نامه       |
| ۷۸  | سؤالات امتحانی |
| ۱۴۲ | پاسخ‌نامه      |

### درس دوم: ریشه $n$ ام و توان گویا

|     |                |
|-----|----------------|
| ۸۲  | درس‌نامه       |
| ۸۷  | سؤالات امتحانی |
| ۱۵۱ | پاسخ‌نامه      |

### درس سوم: تابع نمایی

|     |                |
|-----|----------------|
| ۹۱  | درس‌نامه       |
| ۹۳  | سؤالات امتحانی |
| ۱۵۷ | پاسخ‌نامه      |

## آزمون‌ها

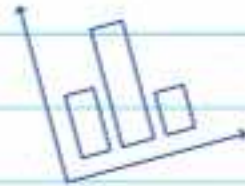
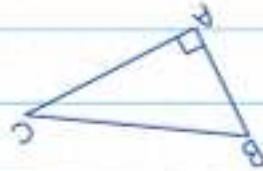
|     |                    |
|-----|--------------------|
| ۹۸  | آزمون‌های نوبت اول |
| ۱۰۲ | آزمون‌های نوبت دوم |
| ۱۶۱ | پاسخ               |



## دنباله‌های حسابی (عددی)



برای دریافت پاسخ پرسش‌های کتاب درسی QR-Code روبه‌رو را اسکن کنید



### مفهوم دنباله حسابی

اکنون که با دنباله‌های اعداد آشنا شدید می‌خواهیم بریم سراغ یه دنباله خیلی معروف به نام دنباله حسابی، به دنباله مقابل توجه کنید:  $2, 5, 8, 11, \dots$  به نظر تون چه رابطه‌ای بین جملات این دنباله وجود داره؟ خب کاملاً معلومه که هر جمله با عدد ثابت  $+3$  جمع میشه و جمله بعدیش به دست میاد. به این دنباله می‌گیم دنباله حسابی و به این عدد ثابت، می‌گیم اختلاف مشترک (قدر نسبت سابق) و با حرف  $d$  نشونش میدیم: یعنی الان در مثال بالا  $d = 3$  است. ضمناً دنباله بالا صعودیه چون، جملاتش مرتباً در حال زیاد شدن هستن. (یادتون باشه اگه  $d$  مثبت باشه، دنباله صعودیه) حالا به دنباله زیر توجه کنید لطفاً:  $18, 16, 14, 12, \dots$

این بار داره از هر جمله  $2$  واحد کم میشه تا جمله بعدیش به دست بیاد، پس اختلاف مشترک یا همون  $d$  برابر  $(-2)$  است. ضمناً جملات دنباله در حال کاهش هستن پس دنباله‌مون نزولیه.

### پیدا کردن اختلاف مشترک دنباله حسابی

بعضی وقتا فقط با یه نگاه ساده می‌تونیم مقدار  $d$  رو تعیین کنیم (مثل دوتا دنباله‌ای که مثال زدیم) ولی همیشه هم این‌طور نیست. شما کلاً اینو یادتون باشه که در دنباله حسابی، هر جمله رو منهای جمله قبلی‌اش کنیم، مقدار  $d$  به دست میاد مثلاً:

$$100, 120, 140, \dots \Rightarrow \begin{cases} d = a_2 - a_1 = 120 - 100 = 20 \\ d = a_3 - a_2 = 140 - 120 = 20 \end{cases}$$

پس مهم نیست کدوم جمله رو منهای کدوم جمله کنیم فقط کافیه دوتا جمله متوالی (پشت سرهم) رو از هم کم کنیم البته ما معمولاً از رابطه  $d = a_2 - a_1$  استفاده می‌کنیم. ضمناً حواستون باشه، دنباله‌ای حسابیه که اختلاف هر دو جمله متوالی اون، عددی ثابت باشه. مثلاً دنباله  $1, 3, 6, 10, \dots$  حسابی نیست چون:

$$\begin{cases} a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2 \\ a_3 - a_2 = 6 - 3 = 3 \\ a_4 - a_3 = 10 - 6 = 4 \end{cases}$$

به جواب‌های مختلف رسیدیم پس دنباله حسابی نیست.

الف  $\frac{1}{2}, \frac{11}{10}, \frac{17}{10}, \dots$

مثال: کدام دنباله مقابل حسابی است؟ مقدار اختلاف مشترک آن را به دست آورید.

ب  $-100, -70, -50, \dots$

حل: در هر قسمت  $(a_2 - a_1)$  و  $(a_3 - a_2)$  رو حساب می‌کنیم جوابها باید با هم مساوی بشن:

الف  $\frac{1}{2}, \frac{11}{10}, \frac{17}{10}, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_2 - a_1 = \frac{11}{10} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} \\ a_3 - a_2 = \frac{17}{10} - \frac{11}{10} = \frac{6}{10} \end{cases}$

جوابها مساوی شدن پس دنباله (الف) حسابیه و اختلاف مشترک هم که  $d = \frac{6}{10}$  است.

ب  $-100, -70, -50, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_2 - a_1 = (-70) - (-100) = 30 \\ a_3 - a_2 = (-50) - (-70) = 20 \end{cases}$

جوابها مساوی نشدن پس دنباله (ب) حسابی نیست.

### رابطه بازگشتی دنباله حسابی

فکر کنم الان کسی توی این موضوع شک نداره که اختلاف هر دوتا جمله متوالی از دنباله حسابی، برابر  $d$  هست. این موضوع رو به‌طور کلی میشه به شکل مقابل نوشت:

$$a_{n+1} - a_n = d$$

هر دو جمله متوالی

به این رابطه، می‌گیم رابطه بازگشتی. البته اگه  $a_n$  رو به سمت راست تساوی ببریم، به رابطه زیر می‌رسیم که خیلی از بچه‌ها باهانش راحت‌ترن و ما هم بیشتر از این رابطه استفاده می‌کنیم:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$\begin{cases} a_{n+1} - a_n = 8 \\ a_1 = 10 \end{cases}$$

البته همیشه در کنار رابطه بازگشتی، مقدار جمله اول هم داده میشه. مثلاً وقتی می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} +8 & +8 & +8 \\ \hline 10 & 18 & 26 & 34 & \dots \end{matrix}$$

به این معنیه که مقدار  $d$  برابر  $8$  و مقدار  $a_1$  برابر  $10$  است. حالا چند جمله اول این دنباله رو می‌نویسیم:

۶۳





**مثال:** کدام رابطه بازگشتی زیر، یک دنباله حسابی را تشکیل می‌دهد؟ چهار جمله اول آن را بنویسید:

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - 3 \\ a_1 = 4 \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n - 3 \\ a_1 = 4 \end{cases} \quad \text{الف}$$

**حل:** توجه کنید که فرم کلی رابطه بازگشتی دنباله حسابی، باید به شکل  $a_{n+1} = a_n \pm \text{عدد}$  باشد. پس مورد (الف) مربوط به دنباله حسابی نیست. در قسمت (ب) خواهیم داشت:

$$(d = -3, a_1 = 4) \xrightarrow{\text{چهار جمله اول رو می‌نویسیم}} 4, 1, -2, -5, \dots$$

### جمله عمومی (ضابطه تابعی) دنباله حسابی

در درس اول این فصل، با مفهوم جمله عمومی یک دنباله آشنا شدیم. اونجا گفتیم که به کمک جمله عمومی، می‌تونیم مقدار هر جمله‌ای رو که دلمون خواست به دست بیاریم. جمله عمومی یک دنباله حسابی، شبیه معادله خط هست. مثلاً فرض کنید معادله یک خط به صورت  $y = 2x - 8$  باشه. دنباله حسابی مربوط به این خط برابر با  $a_n = 2n - 8$  خواهد بود. (یعنی  $x$  به  $n$  تبدیل میشه و  $y$  به  $a_n$ ) ضمناً ضریب  $n$  یا همون شیب خط برابر با اختلاف مشترک می‌باشد پس الان عدد ۲ که ضریب  $n$  هست همون اختلاف مشترک دنباله است. ( $d = 2$ )

**تذکره:** روابطی مثل  $a_n = n^2 + 1$ ,  $a_n = \frac{1}{n}$ ,  $a_n = \sqrt{n}$ ,  $a_n = \frac{n-1}{n+1}$  هیچ کدوم، بیانگر یک دنباله حسابی نیستن چون خطی نیستن، یعنی در جمله عمومی دنباله حسابی، توان  $n$  فقط باید ۱ باشه و ضمناً  $n$  نباید در مخرج یا زیر رادیکال یا داخل قدرمطلق باشه.

**مثال:** کدام جمله عمومی زیر، مربوط به یک دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک و جمله اول آن را به دست آورید.

$$a_n = \frac{2}{n} \quad \text{د}$$

$$a_n = |n + 5| \quad \text{ج}$$

$$a_n = 1 + 2(n - 6) \quad \text{ب}$$

$$a_n = n^2 - 3n \quad \text{الف}$$

**حل:** موارد (الف)، (ج) و (د) طبق تذکر گفته شده حسابی نیستن. دنباله (ب) حسابی بوده و ضریب  $n$  در اون، همون اختلاف مشترک یعنی  $d = 2$  جمله اول هم از ما خواسته شده که برای پیدا کردنش باید به جای  $n$  عدد ۱ رو بذاریم (اگه مثلاً جمله صدم خواسته می‌شد به جای  $n$  عدد ۱۰۰ می‌داشتیم).

$$a_n = 1 + 2(n - 6) \xrightarrow{n=1} a_1 = 1 + 2(1 - 6) = 1 + 2(-5) = -9$$

### ساختن جمله عمومی دنباله حسابی

فرض کنید در یک سؤال، جمله اول ( $a_1$ ) و اختلاف مشترک ( $d$ ) داده بشن و بخوایم

جمله عمومی اش رو به دست بیاریم. در این جور مواقع باید از فرمول مقابل استفاده کنیم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = 10 + (n - 1) \times 8 = 10 + 8n - 8 = 8n + 2$$

مثلاً اگه  $a_1 = 10$  و  $d = 8$  باشه، جمله عمومی اون به شکل مقابله:

**مثال:** اگر رابطه بازگشتی یک دنباله  $\begin{cases} a_{n+1} - a_n = 5 \\ a_1 = 20 \end{cases}$  باشد، جمله عمومی آن را بنویسید.

**حل:** از رابطه بازگشتی داده شده، نتیجه می‌گیریم که  $d = 5$  است،  $a_1$  هم که داده شده پس خیلی راحت، جمله عمومی رو به دست میاریم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 20 + (n - 1) \times 5 = 20 + 5n - 5 = 5n + 15$$

### نحوه باز کردن جملات دنباله حسابی

$$a_8 = a_1 + (8 - 1)d = a_1 + 7d \Rightarrow a_8 = a_1 + 7d$$

یک بار دیگه به فرمول  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  توجه کنید الان اگه جمله هشتم رو

بخوایم باید به جای  $n$  عدد ۸ رو قرار بدیم:

$$a_{100} = a_1 + 99d, \quad a_{17} = a_1 + 16d$$

پس دیدید که جمله هشتم رو می‌خواستیم ولی ضریب  $d$  برابر ۷ شد، به همین ترتیب همیشه گفت:

پس الان باز کردن جملات دنباله حسابی رو یاد گرفتیم و دیگه نیازی نیست مرتباً فرمول  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  رو بنویسیم. حالا اگه توی یک مسئله، دور رابطه به ما داده شده باید تک تک جملاتش رو به روش گفته شده باز کنیم و دستگاه حاصل رو حل کنیم. مثلاً فرض کنید در یک دنباله حسابی  $a_7 = 20$  و  $a_3 = 20$  باشه و

بخوایم  $a_1$  و  $d$  رو به دست بیاریم، هر دو جمله  $a_7$  و  $a_3$  رو باز می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_7 = 20 \\ a_3 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 20 \\ a_1 + 2d = 20 \end{cases} \xrightarrow{\text{یکی از معادلات رو در } (-1) \text{ ضرب می‌کنیم}} \begin{cases} a_1 + 6d = 20 \\ -a_1 - 2d = -20 \end{cases}$$

$$4d = 40 \Rightarrow d = \frac{40}{4} = 10$$

حالا  $2/5$  رو در یکی از معادلات (مهم نیست کدوم) قرار میدیم تا  $a_1$  هم پیدا بشه:  $a_1 + 5 = 20 \Rightarrow a_1 = 15$

**مثال:** یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

**حل:** باز باید جملات رو باز کرده و دستگاه حاصل رو حل کنیم:

$$\begin{cases} a_{11} = 52 \\ a_{19} = 92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ a_1 + 18d = 92 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله بالایی رو در } (-1) \text{ ضرب می‌کنیم}} \begin{cases} -a_1 - 10d = -52 \\ a_1 + 18d = 92 \end{cases}$$

$$8d = 40 \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 10d = 52 \xrightarrow{d=5} a_1 + 10(5) = 52 \Rightarrow a_1 = 52 - 50 = 2$$

$$a_{30} = a_1 + 29d = 2 + 29(5) = 2 + 145 = 147$$





### افزایشی یا کاهشی بودن دنباله حسابی

اگر مقدار  $d$  در یک دنباله حسابی، عددی مثبت باشد در این صورت، مقدار جملات دنباله، مرتباً زیاد و زیادتر می‌شوند ولی اگر مقدار  $d$  منفی باشد، جملات دنباله مرتباً در حال کاهش خواهند بود. مثلاً در دنباله  $a_n = -4n + 2$  مقدار  $d$  برابر  $(-4)$  است، پس این دنباله، کاهشی (نزولی) است.

ولی در دنباله  $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 1 \\ a_1 = 7 \end{cases}$  مقدار  $d$  برابر  $(+1)$  است.

پس این دنباله، افزایشی (صعودی) است. ضمناً اگر مقدار  $d$  برابر صفر باشد، یک دنباله حسابی ثابت خواهیم داشت (نه صعودی و نه نزولی) مانند:  $8, 8, 8, \dots$

**مثال:** کاهشی یا افزایشی بودن دنباله‌های حسابی زیر را تعیین کنید:

$$\begin{cases} a_{n+1} - a_n = -6 \\ a_1 = 12 \end{cases} \quad \text{پ}$$

$$a_n = \frac{6n-1}{5} \quad \text{الف}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{44}{15}, \dots \quad \text{د}$$

$$1, 1, 1, \dots \quad \text{ج}$$

**حل:** الف

$$a_n = \frac{6n-1}{5} = \frac{6n}{5} - \frac{1}{5} \Rightarrow d = \frac{6}{5}$$

مقدار  $d$  مثبت شد پس دنباله، افزایشی است.

ب) مقدار  $d$  از رابطه بازگشتی داده شده برابر  $(-6)$  است پس دنباله، کاهشی است.

ج) مقدار  $d$  برابر صفر است پس این دنباله، ثابت است.

د) مقدار  $d$  رو خودمون به دست میاریم:

مقدار  $d$  منفی شد پس دنباله، نزولی است.

$$d = a_2 - a_1 = \frac{44}{15} - \frac{1}{3} = \frac{44-5}{15} = \frac{-6}{15}$$

### باز هم پیدا کردن شماره جمله ولی این بار در دنباله حسابی

قبلاً یادتونه دیگه در مورد شماره جمله چی گفتیم، الان هم حرفمون همونه و موضوع جدیدی نداریم که بگیریم. اگر در یک دنباله حسابی، بگن مثلاً کدوم جمله برابر با عدد  $a_n$  هست؟ (مقدار  $a_n$  به ما داده می‌شه) فقط کافیست در فرمول جمله عمومی  $a_n = a_1 + (n-1)d$  به جای  $a_n$  عددی رو بنذاریم که مورد نظر طراح عزیزه. (البته اگر در به سوال جمله آخر داشته باشیم همون  $a_n$  هست). مثلاً می‌خواهیم ببینیم کدوم جمله دنباله  $1, 3, 5, 7, \dots$  برابر  $521$  هست؟

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 521 = 1 + (n-1) \times 2 \Rightarrow 521 = 1 + 2n - 2 \Rightarrow 2n = 522 \Rightarrow n = \frac{522}{2} = 261$$

**نکته:** اگر در یک سوال، شماره جمله خواسته شد، می‌تونیم از فرمول ساده‌تر  $n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1$  استفاده کنیم. البته انتخاب با خودتونه

$$n = \frac{521-1}{2} + 1 = 261$$

و توی امتحان نهایی، هر دو تا فرمول، قابل قبولن. در همین سوال که حل کردیم دقت کنید:

**مثال:** در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر  $-5$  و اختلاف مشترک برابر  $8$  است. کدام جمله این دنباله برابر  $555$  است؟

**حل:** راستش چون حوصله فرمول جمله عمومی رو ندارم، از فرمول دوم استفاده می‌کنم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{555 - (-5)}{8} + 1 = \frac{560}{8} + 1 = 71$$

### واسطه حسابی بین دو جمله

اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشن به عدد  $b$  می‌گیم واسطه حسابی بین  $a$  و  $c$  و بین این سه جمله رابطه زیر وجود داره:

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{یا} \quad 2b = a+c$$

مثلاً واسطه حسابی بین  $10$  و  $40$  برابر هست با:  $b = \frac{a+c}{2} = \frac{10+40}{2} = 25$ . در واقع واسطه حسابی بین  $10$  و  $40$  همون میانگین  $10$  و  $40$  است. البته طراحان امتحان نهایی، معمولاً دیگه آنقدر هم مهربون نیستن که از این سوالاتی ساده بپرسن ازتون. سوالاتون اکثراً به شکل مثال زیره.

**مثال:** اگر  $x-1, 4x+2, 6x-3$  از چپ به راست، سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند مقدار  $x$  را به دست آورید. سپس اختلاف مشترک و جمله دهم را به دست آورید.

**حل:** این سه جمله رو  $a, b, c$  نامیده و در فرمول  $2b = a+c$  یا  $b = \frac{a+c}{2}$  قرارشون میدیم:

$$\frac{x-1}{a}, \frac{4x+2}{b}, \frac{6x-3}{c} \Rightarrow 2(4x+2) = x-1+6x-3 \Rightarrow 8x+4 = 7x-4 \Rightarrow 8x-7x = -4-4 \Rightarrow x = -8$$

حالا این عدد رو در سه جمله اولیه قرار میدیم تا مقدارشون به دست بیاد:

$$\begin{cases} x-1 = -8-1 = -9 \\ 4x+2 = 4(-8)+2 = -32+2 = -30 \\ 6x-3 = 6(-8)-3 = -48-3 = -51 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات دنباله}} -9, -30, -51, \dots$$

$$d = a_2 - a_1 = (-30) - (-9) = -21$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = -9 + 9(-21) = -9 - 189 = -198$$





## پیدا کردن دو یا چند واسطه حسابی بین دو عدد

حالا می‌خواهیم بین دو عدد  $a$  و  $b$  به تعداد  $k$  واسطه حسابی قرار بدیم. یعنی  $k$  جمله رو طوری بین  $a$  و  $b$  قرار بدیم که کل اعداد، تشکیل دنباله حسابی بدن:

$$a, \underbrace{\quad, \quad, \dots, \quad}_{k \text{ واسطه حسابی}}, b$$

خب معلومه که اگر  $d$  (یعنی اختلاف مشترک) رو داشته باشیم، می‌تونیم جای خالی‌ها رو هم به دست بیاریم ولی  $d$  چه جوری به دست میاد. دوتا راه داریم:

۱ از فرمول  $d = \frac{b-a}{k+1}$  که در تمرینات کتاب درسی هم مطرح شده استفاده کنیم.

۲ جمله آخر دنباله یعنی  $b$  رو باز کنیم تا مقدار  $d$  به دست بیاد.

مثلاً فرض کنید بخوایم بین دو عدد  $10$  و  $190$  تعداد  $5$  واسطه حسابی قرار بدیم ( $10$  جمله اول است). اگر از روش اول استفاده کنیم این طوری میشه:

$$d = \frac{b-a}{k+1} = \frac{190-10}{5+1} = \frac{180}{6} = 30$$

پس  $d$  پیدا شد. حالا اگر از روش دوم (بدون فرمول) بخوایم بریم می‌گیریم که جمله آخر (عدد  $190$ ) میشه جمله هفتم پس داریم:

$$a_7 = 190 \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{بازش}} a_1 + 6d = 190 \xrightarrow{a_1=10} 10 + 6d = 190 \Rightarrow 6d = 180 \Rightarrow d = \frac{180}{6} = 30$$

پس از دو راه مقدار  $d$  رو به دست آوردیم (شما از هر روشی که حال می‌کنید استفاده کنید).

$$100 \xrightarrow{+30} 130 \xrightarrow{+30} 160 \xrightarrow{+30} 190$$

الان بریم سراغ پیدا کردن واسطه‌ها:

## کاربرد دنباله حسابی در حل مسائل توصیفی

کتاب درسی، کلاً رویکردش اینه که شماها در زندگی روزمره تون هم بتونین از ریاضی استفاده کنین (هرچند که نمی‌کنین!) خیلی وقتا به شما یک مسئله توصیفی داده میشه و شما باید اول نوع دنباله رو تشخیص بدین بعدش از بین پارامترهای  $a_n, d, a_1$  و  $n$  معمولاً سه تا شو بهترتون میدن و شما باید اون چهارمی رو پیدا کنین. مثلاً فرض کنید یک مُقَنی (چاه کُن) چاه‌هایی حفر می‌کنه که عمق اولین چاه  $30$  متر، چاه بعدی  $29/5$  متر و همین روند ادامه پیدا می‌کنه. اگر عمق آخرین چاه  $1/5$  متر باشه این مُقَنی عزیز (که واقعاً هم خسته نباشه) چندتا چاه حفر کرده؟ برای حل این سؤال، اطلاعات توصیفی رو به ریاضی تبدیل می‌کنیم:

$$a_1 = 30, \quad a_n = 1/5 \Rightarrow d = a_n - a_1 = 1/5 - 30 = -29.8$$

عمق چاه اول      عمق چاه دوم

از طرفی جمله آخر داده شده (عمق چاه آخر  $1/5$  متر بوده یعنی  $a_n = 1/5$ ) حالا تعداد چاه‌ها خواسته شده که همون تعداد جملات دنباله است، پس داریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{30 - 1/5}{-29.8} + 1 = \frac{-29.8}{-29.8} + 1 = \frac{29.8}{29.8} + 1 = 2$$

## اتفاقی عجیب در دنباله حسابی

گاهی وقتا مقدار اولیه یک ماده داده می‌شه (عدد  $a$ ) و بحث زمان هم مطرحه. در این جور سوالات حواستون باشه که جمله اول یعنی  $a_1$  برابر هست با  $a_1 = a + d$  به جملات زیر دقت کنید:

۱ محسن الان  $500$  تومان پول دارد و هر هفته هم  $100$  تومان به پولش اضافه می‌شود. الان چون محسن، همون اول کار به مقداری پول داره پس خواهیم داشت:

$$a_1 = a + d = 500 + 100 = 600$$

۲ محسن بعد از یک هفته کار  $500$  تومان پول می‌گیرد و هر هفته هم  $100$  تومان به حقوقش اضافه می‌شود. الان محسن اولش، آه در بساط نداره (یعنی مقدار اولیه نداریم) پس اینجا  $a_1$  همون  $500$  خواهد بود.

حالا که فرق این دوتا مسئله رو فهمیدین بریم به سؤال از کتاب درسی تون رو حل کنیم:

**مثال:** در یک کارخانه سنگ بَری، برای صیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به وزن  $12500$  گرم استفاده می‌شود. اگر هر هفته  $1875$  گرم از وزن صفحه کم شود پس از شش هفته، وزن صفحه چقدر خواهد شد؟

**حل:** خب صفحه، همون اول دارای وزن هست ضمناً زمان هم در این مسئله دخیل هست، پس داریم:

$$a_1 = a + d = 12500 + (-1875) = 10625 \text{ گرم}$$

وزن اولیه صفحه

$$a_6 = a_1 + 5d = 10625 + 5(-1875) = 10625 - 9375 = 1250 \text{ گرم}$$

وزن صفحه پس از ۶ هفته

## مجموع جملات دنباله حسابی

فرض کنید بخوایم مجموع  $20$  جمله اول از یک دنباله حسابی رو حساب کنیم قطعاً اون قدر اعصاب نداریم که بشینیم تک‌تک این  $20$  تا جمله رو با هم جمع کنیم بلکه در این جور مواقع از فرمول‌های مقابل استفاده می‌کنیم:

$$\text{مجموع } n \text{ جمله اول} \begin{cases} \text{فرمول (۱)} & S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \\ \text{فرمول (۲)} & S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \end{cases}$$





در فرمول‌های بالا  $n$  تعداد جملات،  $a_1$  جمله اول،  $d$  اختلاف مشترک و  $a_n$  جمله آخر دنباله است. اگر در مسئله جمله آخر مطرح بود، از فرمول (۲) استفاده می‌کنیم. در غیر این صورت با فرمول (۱) مسئله رو حل می‌کنیم. مثلاً مجموع ۲۰ جمله اول دنباله  $1, -1, 1, -1, \dots$  رو حساب می‌کنیم:  $d = a_2 - a_1 = (-1) - (1) = -2$

از فرمول (۱) استفاده می‌کنیم (چون جمله آخر رو نداریم):  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{n=20} S_{20} = \frac{20}{2}(2(1) + 19(-2)) = 10 \times 22 = 220$

۱, ۵, ۹, ..., ۴۰۱

**مثال:** مجموع جملات دنباله مقابل را به دست آورید:

**حل:** جمله آخر داده شده پس از فرمول (۲) استفاده می‌کنیم ولی مشکل اینه که  $n$  رو نداریم پس اول باید  $n$  رو به دست بیاریم. (چون توی فرمول  $S$  بهش نیاز داریم):

$$d = a_2 - a_1 = 5 - 1 = 4$$

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{1 - 401}{4} + 1 = \frac{-400}{4} + 1 = -100 + 1 = -99$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \xrightarrow{n=-99} S_{-99} = \frac{-99}{2}(1 + 401) = \frac{-99}{2} \times 402 = -99 \times 201 = -19899$$

**نکته:** گاهی اوقات جمله عمومی یا رابطه بازگشتی دنباله حسابی به ما داده شده و مجموع جملات از ما خواسته می‌شه در هر دو حالت باید اول  $a_1$  و  $d$  رو به دست بیاریم بعدش از فرمول (۱) یا (۲) استفاده می‌کنیم. (توی امتحان نهایی، نمیگن از کدوم فرمول استفاده کنید و انتخاب فرمول راحت‌تر و بهتر، با خودتونه!)

مثلاً الان فرض بفرمایین گفته بشه که  $a_n = 2n - 1$  هست و مجموع ۱۰ جمله اول رو بخوان. ضریب  $n$  که همون اختلاف مشترک هست پس:  $d = 2$  الان فقط کافیست  $a_1$  رو به دست بیاریم که برای این کار به جای  $n$  عدد ۱ رو می‌نویسیم:

حالا  $S_{10}$  یعنی مجموع ۱۰ جمله اول رو به کمک فرمول (۱) به دست میاریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow[n=10, d=2]{a_1=1} S_{10} = \frac{10}{2}(2(1) + 9(2)) = 5 \times 20 = 100$$

**مثال:** در یک دنباله با رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = 6 + a_n$  و  $a_1 = 7$  مجموع ۳۰ جمله اول را به دست آورید.

**حل:** رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n + 6$  اولاً نشون میده که دنبالمون حسابیه، ثانیاً با زبون بی‌زبونی به ما میگه مقدار  $d$  برابر ۶ هست، خب مقدار  $a_1$  رو هم که داریم، پس بازم به کمک فرمول (۱) مقدار  $S$  رو به دست میاریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow[n=30, d=6]{a_1=7} S_{30} = \frac{30}{2}(2(7) + 29(6)) = 15(14 + 174) = 15 \times 188 = 2820$$

## سوالات امتحانی

**الف** جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

(شهریور ۹۸)

۳۱۷. بین دو عدد ۳ و ۱۹ واسطه حسابی با اختلاف مشترک ۴ می‌توان نوشت.

۳۱۸. در هر دنباله حسابی، تفاضل هر دو جمله متوالی، مقداری است.

۳۱۹. واسطه حسابی بین دو عدد ۲- و ۲ برابر با ... است.

۳۲۰. در دنباله‌ای با رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n + 6$  و  $a_1 = 10$  جمله صدم برابر با ... می‌باشد.

۳۲۱. در دنباله‌ای با جمله عمومی  $a_n = -2n + 8$  اختلاف مشترک برابر با ... و جمله اول برابر با ... می‌باشد.

**ب** درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۳۲۲. دنباله  $0, -2, 0, 2, 4, \dots$  یک دنباله حسابی است.

۳۲۳. عدد ۶ واسطه حسابی بین ۴ و ۹ است.

۳۲۴. دنباله ثابت  $\sqrt{25}, 5, 5$  یک دنباله حسابی با قدرنسبت صفر است.

۳۲۵. هر دنباله حسابی، یک تابع خطی است که شیب آن همان اختلاف مشترک جملات دنباله است.

**ج** گزینه درست را انتخاب کنید.

۳۲۶. رابطه بازگشتی دنباله حسابی با جملات روبه‌رو کدام است؟

(شهریور ۱۴۰۱)

(شهریور ۱۴۰۱)

$-\frac{3}{2}, -2, -\frac{5}{2}, \dots$

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n - \frac{1}{2} \\ a_1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (f) \quad \square$$

$$\begin{cases} a_{n+1} - a_n = \frac{1}{2} \\ a_1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (g) \quad \square$$

$$\begin{cases} a_{n+1} - a_n = 2 \\ a_1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (h) \quad \square$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n - 1 \\ a_1 = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad (i) \quad \square$$

۳۲۷. کدام یک از گزینه‌های زیر، جمله عمومی یک دنباله حسابی است؟

$$a_n = \frac{n^2 + n}{n^2} \quad (f) \quad \square$$

$$a_n = \frac{1}{n} + 5 \quad (g) \quad \square$$

$$a_n = -2n + 1 \quad (h) \quad \square$$

$$a_n = n^2 + 1 \quad (i) \quad \square$$

۳۲۸. کدام یک از جملات زیر، نشان‌دهنده یک دنباله حسابی گاهشی است؟

$$a_n + a_{n+1} = -2 \quad (f) \quad \square$$

$$a_n = a_{n+1} + 2 \quad (g) \quad \square$$

$$a_n = 2a_{n+1} + 1 \quad (h) \quad \square$$

$$a_{n+1} = a_n + 2 \quad (i) \quad \square$$

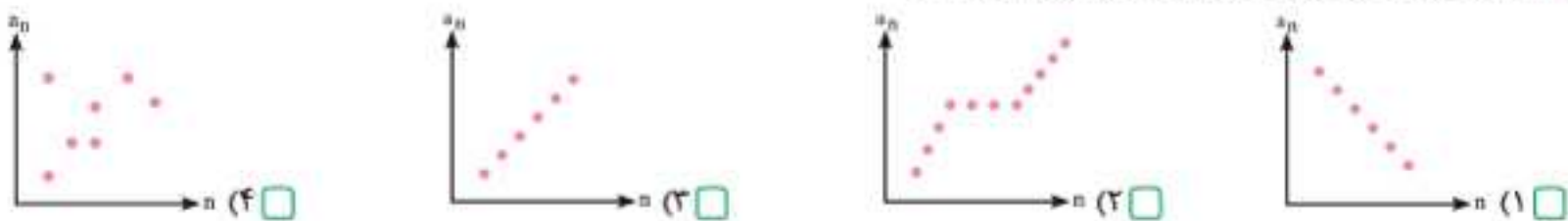


۳۲۹. اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی  $a_n = 2n + 3$  باشد، رابطه بازگشتی آن کدام است؟  
 (۱)  $a_1 = 5, a_n = a_{n+1} + 2$   (۲)  $a_1 = 3, a_n = a_{n+1} + 2$   (۳)  $a_1 = 3, a_{n+1} - a_n = 2$   (۴)  $a_1 = 5, a_{n+1} - a_n = 2$

۳۳۰. در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n$ ، حاصل  $\frac{a_{15} - a_7}{a_{10} - a_8}$  کدام است؟

(۱) ۴  (۲) ۵  (۳) ۶d  (۴)  $a_1$

۳۳۱. کدام گزینه، نمودار یک دنباله حسابی افزایشی است؟



۳۳۲. اگر به اختلاف مشترک یک دنباله حسابی ۵ واحد اضافه شود، جمله یازدهم آن چه تغییری می کند؟

(۱) ۵ واحد افزایش می یابد.  (۲) ۵۰ واحد افزایش می یابد.  (۳) تغییری نمی کند.  (۴) ۵۰ واحد کاهش می یابد.

۳۳۳. مجموع سه عدد که با هم تشکیل یک دنباله حسابی می دهند برابر با ۳۹ است. یکی از این اعداد چقدر است؟

(۱) ۱۲  (۲) ۳۷  (۳) ۱۳  (۴) ۱۸

ه. به سوالات زیر پاسخ کامل بدهید.

(شهریور ۹۹)

۳۳۴. برای جملات دنباله  $1, 4, 7, 10, 13, \dots$

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.  
 ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

(خرداد ۹۸)

۳۳۵. یازدهمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله بیست و ششم این دنباله حسابی را به دست آورید.

(دی ۹۸)

۳۳۶. مجموع بیست جمله اول دنباله  $4, 7, 10, \dots$  را محاسبه کنید.

(دی ۹۸)

۳۳۷. هشتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله هجدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله حسابی را به دست آورید.

(شهریور ۹۸)

۳۳۸. در یک دنباله حسابی، جمله نهم برابر ۶۱ و جمله شانزدهم برابر ۹۶ است. اختلاف مشترک و جمله سیام دنباله را به دست آورید.

(شهریور ۹۸)

۳۳۹. مجموع بیست جمله اول دنباله  $25, 31, 37, \dots$  را به دست آورید.

(خرداد ۹۹)

۳۴۰. هفتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۴۵ و جمله پانزدهم برابر ۹۳ است. جمله سی و یکم این دنباله را به دست آورید.

(خرداد ۹۹)

۳۴۱. مجموع شانزده جمله اول اعداد زوج طبیعی با شروع از ۲ را به دست آورید.

(خرداد ۹۸)

۳۴۲. مجموع سی جمله اول اعداد فرد طبیعی را به دست آورید.

(خرداد ۹۹)

۳۴۳. در یک دنباله حسابی، جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۱۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۶۰۱ است؟

(خرداد ۹۹)

۳۴۴. سه عدد را به گونه ای میان ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که همگی روی هم، یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهند. (به دست آوردن اختلاف مشترک الزامی است.)

(شهریور ۹۹)

۳۴۵. برای جملات دنباله  $1, 4, 7, 10, 13, \dots$

(شهریور ۹۹)

الف) رابطه بازگشتی بنویسید.  
 ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

(شهریور ۹۹)

۳۴۶. الف) چهار جمله اول از دنباله مقابل را بنویسید.  
 ب) آیا این دنباله، حسابی است؟

(شهریور ۹۹)

۳۴۷. اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = -5 + 3(n-1)$  باشد، جمله اول و اختلاف مشترک را به دست آورید.

(شهریور ۹۹)

۳۴۸. مجموع سی جمله اول دنباله حسابی روبه رو را به دست آورید.

(شهریور ۹۹)

۳۴۹. نقاط یک دنباله روی نمودار خط به معادله  $y - 2x + 5 = 0$  قرار دارند. جمله ششم این دنباله را به دست آورید.

(شهریور ۹۹)

۳۵۰. با توجه به رابطه  $a_{n+1} = 5 + a_n$ ، مطلوب است محاسبه  $S_{13}$ .

(شهریور ۹۹)

۳۵۱. با توجه به دنباله روبه رو به سوالات زیر پاسخ دهید.

(خرداد ۹۹ خارج از کشور)

الف) نوع دنباله را مشخص کنید.  
 ب) جمله عمومی دنباله را بنویسید.  
 ج) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.  
 د) جمله بیستم این دنباله را بنویسید.

(مشابه دی ۹۹ خارج از کشور)

۳۵۲. در یک دنباله حسابی، جمله اول ۱۲ و اختلاف مشترک ۲۰ است. کدام جمله از دنباله برابر ۵۹۲ است؟

(خرداد ۱۴۰۰)

۳۵۳. در یک دنباله حسابی، جمله اول ۱۷- و جمله دهم برابر ۱۰ است. جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

(خرداد ۱۴۰۰)

۳۵۴. در دنباله حسابی زیر، مجموع ۱۶ جمله اول را به دست آورید.  $11, 8, 5, \dots$

(خرداد ۱۴۰۰)

۳۵۵. کدام یک از جملات عمومی زیر، مربوط به دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک آن را به دست آورید.

(دی ۱۴۰۰)

الف)  $a_n = n(n-1)$    $b_n = 3(n-2)$

(دی ۱۴۰۰)

۳۵۶. جمله یازدهم یک دنباله حسابی ۳۲ و جمله نوزدهم آن ۷۲ است. جمله سیام این دنباله را مشخص کنید.

(دی ۱۴۰۰)

۳۵۷. در یک دنباله حسابی، جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک ۱۰ است. کدام جمله از دنباله برابر ۳۲۵ است؟

(دی ۱۴۰۰)

۳۵۸. مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی  $4, 10, 16, 22, \dots$  را به دست آورید.

(دی ۱۴۰۰)





۳۵۹. سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۵ و ۲۳ قرار دهید که یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهند. (شهریور ۱۴۰۰)
۳۶۰. مجموع جملات دنباله  $۱, ۵, ۹, \dots, ۳۸۵$  را به دست آورید. (خرداد ۹۹ خارج از کشور)
۳۶۱. مجموع بیست جمله دوم دنباله حسابی مقابل را با استفاده از فرمول به دست آورید.  $۱, ۳, ۵, ۷, \dots$
۳۶۲. در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۲۰ است. کدام جمله دنباله برابر ۲۲۵ است؟ (شهریور ۱۴۰۰)
۳۶۳. یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید. (دی ۹۷)
۳۶۴. سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند. (دی ۹۷)

۳۶۵. دنباله  $۱, ۴, ۹, \dots, ۱۹۹$  را در نظر بگیرید:

الف) جمله دهم این دنباله را به دست آورید. ب) جمله چندم این دنباله ۱۹۹ است؟

۳۶۶. بین دو عدد ۸ و  $x$ ، به تعداد ۸ واسطه حسابی با اختلاف مشترک ۶ درج کرده‌ایم. مقدار  $x$  را به دست آورید. (جمله اول برابر ۸ است.)

۳۶۷. مجموع سه عدد که با هم تشکیل دنباله حسابی افزایشی می‌دهند برابر با ۹۰ و عدد کوچک‌تر از بین آن‌ها ۲۳ است. اختلاف مشترک این دنباله را به دست آورید.

۳۶۸. در یک دنباله حسابی، جمله چهاردهم  $\frac{2}{3}$  و جمله نهم  $\frac{1}{4}$  می‌باشد:

الف) جمله اول را به دست آورید. ب) جمله چندم این دنباله صفر است؟

۳۶۹. الف) چهار جمله اول دنباله  $a_n = 3n + 2$  را بنویسید. (خرداد ۱۴۰۱)

ب) رابطه بازگشتی دنباله  $۵, ۱۱, ۱۷, \dots$  را بنویسید.

۳۷۰. حاصل  $۱۳ + \dots + ۸۵ + ۸۹$  را به دست آورید.

۳۷۱. اگر به جمله اول یک دنباله حسابی ۴ واحد اضافه شود، به مجموع ۱۰ جمله اول آن، چند واحد اضافه می‌شود؟

(فعالیت کتاب درسی)

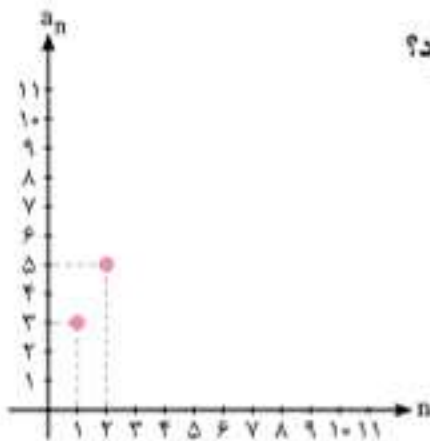
۳۷۲. دنباله حسابی  $a_n = 3 + 2(n-1)$  را در نظر بگیرید.

الف) با محاسبه سه جمله دیگر دنباله، نمودار مقابل را کامل کنید.

ب) معادله خطی را که از دو نقطه اول و دوم می‌گذرد به دست آورید. آیا نقاط دیگر دنباله در ضابطه خط

به دست آمده صدق می‌کنند؟

ج) شیب خط به دست آمده چه ارتباطی با  $d$  دارد؟



۳۷۳. پس از مصرف بعضی از داروها مانند آسپرین، سطح دارو در خون با سرعتی ثابت صفر می‌شود. اگر شخصی که سابقه سکت قلبی دارد با مصرف یک قرص

آسپرین ۲۵۰ میلی‌گرم دارو به بدنش وارد شود، پس از پایان هر ساعت ۱۵ میلی‌گرم دارو در سطح خونش کاهش می‌یابد. (فعالیت کتاب درسی)

الف) چند ساعت پس از مصرف دارو، سطح آن در بدنش ۱۳۰ میلی‌گرم می‌شود؟ (منظور از سطح دارو، همان مقدار دارو است.)

ب) نمودار «سطح دارو در بدن - زمان» را رسم کنید.

ج) اگر پس از پنج ساعت از مصرف دارو این شخص قرص دیگری مصرف کند؛ تقریباً پس از چند ساعت، سطح دارو در بدن او ۱۳۰ میلی‌گرم خواهد شد؟

۳۷۴. سه عدد را به گونه‌ای میان دو عدد ۱۰ و ۲۲ قرار دهید که یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل شود. (شهریور ۱۴۰۱)

۳۷۵. به کمک رابطه بازگشتی روبه‌رو، مجموع ۱۰ جمله اول دنباله را محاسبه کنید.  $a_{n+1} = 5 + a_n, a_1 = -2$

۳۷۶. یک طراح داخلی برای یک سالن نمایش در ردیف اول ۱۵ صندلی، در ردیف دوم ۱۸ صندلی و در ردیف سوم ۲۱ صندلی مشخص کرده است. اگر

صندلی‌های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، برای داشتن سالنی با ۸۷۰ صندلی باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟ (کاردرکلاس کتاب درسی)

۳۷۷. در دنباله حسابی  $۴, ۹, ۱۴, ۱۹, \dots$  اولین جمله بزرگ‌تر از ۱۰۰، چندمین جمله دنباله است؟

۳۷۸. با توجه به رابطه‌های بازگشتی داده‌شده، مشخص کنید کدام یک، مربوط به دنباله حسابی است؟ (تمرین کتاب درسی)

الف)  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}, a_1 = 2$  ب)  $a_{n+1} = a_n + 5, a_1 = -1$  ج)  $a_{n+1} = 5a_n + 1, a_1 = -1$  د)  $a_{n+1} - a_n = n$

۳۷۹. کارفرمایی به یک کارگر مبتدی در هفته اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد و متعهد می‌شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵

واحد پول به دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد. با رضایت کاری این کارگر، پس از چند هفته به دستمزد ثابت می‌رسد؟

۳۸۰. قطار سریع‌السیری به طور آزمایشی فاصله دو شهر را بار اول در ۹۰ دقیقه طی کرده است. طبق برنامه تعیین شده، در هر رفت یا برگشت ۵ دقیقه

از مدت زمان نوبت قبل کاسته می‌شود تا مدت زمان طی کردن این مسافت به ۴۰ دقیقه برسد. تعداد نوبت‌های آزمایشی را به دست آورید.

۳۸۱. در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۵۵۵ است؟ (تمرین کتاب درسی)

۳۸۲. برای کاهش مصرف آب در کشاورزی یک منطقه از آبیاری قطرهای استفاده می‌شود. به این صورت که یک میله که در

آن سوراخ‌هایی برای پخش آب تعبیه شده است، به کمک چرخ‌ها (مطابق شکل) حول یک محور می‌چرخد. اگر فاصله

اولین چرخ تا موتور ۳ متر و بعد از آن فاصله هر چرخ تا چرخ بعدی ۵ متر باشد و در کل ۱۲ چرخ روی میله قرار داشته باشد،

با این وسیله چه مساحتی آبیاری می‌شود؟ (تمرین کتاب درسی)



۳۸۳. اگر در یک دنباله حسابی با رابطه بازگشتی  $a_n = a_{n+1} - \frac{1}{3}$ ، جمله هفتم برابر با ۵ باشد، جمله سیزدهم این دنباله را به دست آورید.



(خرداد ۱۴۰۱)

۳۸۴. در یک دنباله حسابی، جمله اول  $a$  و اختلاف مشترک برابر ۷ است.

الف) جمله یازدهم این دنباله را به دست آورید. ب) کدام جمله دنباله، برابر ۹۶ است؟

۳۸۵. در یک کارخانه سنگبری برای سیقل دادن سنگ‌ها از یک صفحه به وزن ۱۲۵۰۰ گرم استفاده می‌شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی، به طور

(تمرین کتاب درسی)

میانگین ۱۸۷۵ گرم از وزن صفحه کم شود، پس از شش هفته مداوم، وزن صفحه چقدر است؟

۳۸۶. میان دو عدد  $a$  و  $b$  به تعداد  $n$  عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که جملات دنباله از  $a$  تا  $b$  یک دنباله حسابی تشکیل دهند. ثابت کنید اختلاف

(تمرین کتاب درسی)

مشترک جملات دنباله از رابطه  $d = \frac{b-a}{n+1}$  به دست می‌آید.

(تمرین کتاب درسی)

۳۸۷. بین ۱۰ و ۱۸ سه عدد را به گونه‌ای قرار دهید که تشکیل دنباله حسابی دهند. (جمله اول ۱۰ است.)

(تمرین کتاب درسی)

۳۸۸. مجموع دنباله‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $1, 5, 9, \dots, 401$ ب)  $13, \dots, 81, 85, 89$ 

۳۸۹. باغداری برای چیدن میوه‌ها، از نردبان‌هایی استفاده می‌کند که بخشی از آن‌ها که روی زمین قرار می‌گیرد، برای تعادل بیشتر، عرض بیشتری

دارد و انتهای نردبان که به درخت تکیه داده می‌شود، برای جابه‌جایی آسان‌تر و تکیه‌گاه بهتر، عرض کمتری دارد. اگر عرض نخستین پله این نردبان

۱۲۵ سانتی‌متر و عرض آخرین پله ۴۵ سانتی‌متر و هر پله ۱۰ سانتی‌متر کوتاه‌تر از پله پیشین باشد، این نردبان چند پله خواهد داشت؟ برای ساخت

(تمرین کتاب درسی)

این نردبان، به چند متر چوب نیاز داریم؟

مظهر فئات

مظهر فئات

۳۹۰. عمق مادرچاه قنات زارچ  $84/6$  متر است که از آن سه شاخه قنات خارج

شده است. اگر تعداد میله‌های هر سه شاخه قنات برابر و عمق پنجاه و

ششمین چاه (میله ۵۵ ام) ۷۸ متر باشد، با فرض اینکه شیب زمین ثابت

و فاصله میان هر دو میله یکسان باشد، عمق آخرین چاه قنات (میله) ۱۲۰

سانتی‌متر در نظر گرفته شود؛

(تمرین کتاب درسی)

الف) هر شاخه قنات دارای چند میله است؟

ب) مجموع طول چاه‌های حفر شده در این مسیر چقدر است؟ مجموع طول چاه‌های حفر شده در کل قنات چقدر است؟

(خرداد ۱۴۰۱)

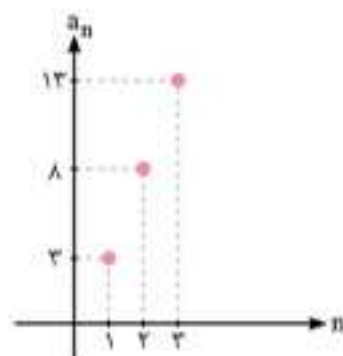
۳۹۱. در دنباله حسابی  $3, 7, 11, 15, \dots$  مجموع بیست جمله اول این دنباله را به دست آورید.۳۹۲. در یک دنباله حسابی، اختلاف مشترک ۸ و جمله اول  $-7$  است. چندمین جمله دنباله برابر ۳۳ است؟۳۹۳. هفتمین جمله یک دنباله حسابی  $-25$  و جمله هجدهم آن برابر  $-58$  است. جمله ششم این دنباله را به دست آورید.۳۹۴. در دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n = \frac{3n-6}{2}$ ، جمله هفتم چند برابر اختلاف مشترک دنباله است؟

۳۹۵. بین دو عدد ۲ و ۲۲ چهار عدد قرار دهید به طوری که این ۶ عدد، تشکیل یک دنباله حسابی صعودی بدهند.

۳۹۶. نمودار مقابل مربوط به یک دنباله حسابی است:

الف) جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

ب) جمله سی‌ام این دنباله را محاسبه کنید.



(شهریور ۱۴۰۱)

۳۹۷. در یک دنباله حسابی با جمله اول ۳ و اختلاف مشترک ۶:

الف) جمله پانزدهم را به دست آورید. ب) مجموع ده جمله اول را به دست آورید.

(شهریور ۱۴۰۱)

۳۹۸. الف) چهار جمله اول دنباله  $a_n = n^2 + 1$  را بنویسید.ب) رابطه بازگشتی دنباله  $10, 17, 24, \dots$  را بنویسید.

۳۹۹. تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ که بر ۷ بخش پذیرند را به دست آورید.

۴۰۰. در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و چهارم برابر با ۲۰ و مجموع جملات سوم و هفتم برابر با ۵۲ است. اختلاف مشترک این دنباله را به دست آورید.

۴۰۱. در یک دنباله حسابی، جمله سوم برابر با ۲۰ و مجموع جملات چهارم و ششم برابر با ۸ است. جمله اول این دنباله را به دست آورید.

۴۰۲. در دنباله حسابی  $100, x, 60, y, z$  مقدار  $y$  را به دست آورید.۴۰۳. در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $a_n$ ، اگر  $a_7 + a_9 = 21$  باشد، حاصل  $a_6 + a_7$  را به دست آورید.

۴۰۴. در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و سیزدهم ۵۰ است. جمله هشتم این دنباله را به دست آورید.

۴۰۵. اعداد  $x+5, 2x, 2x-1, y$  چهار جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. مقدار  $y$  را به دست آورید. (جمله اول  $x+5$  است.)

۴۰۶. در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و چهاردهم برابر ۳۴ است. مجموع پانزده جمله اول این دنباله را به دست آورید.

۲۱, ۲۶, ۳۱, ۳۶, ...

۴۰۷. دنباله مقابل رو در نظر بگیرید.

الف) جمله عمومی این دنباله را بنویسید. ب) ضابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید. ج) جمله بیست و پنجم این دنباله را بنویسید.

۴۰۸. یک مقنی (چاه‌کن) تعدادی چاه حفر کرده است، عمق اولین چاه برابر با  $29/5$  متر، عمق دومین چاه برابر با ۲۹ متر می‌باشد و با همین روند بقیه

(کاردر کلاس کتاب درسی)

چاه‌ها را حفر می‌کند. اگر عمق آخرین چاه برابر با  $1/5$  متر باشد، این مقنی در مجموع چند چاه حفر کرده است؟

۴۰۹. درآمد یک کارمند، ماهیانه ۲,۶۰۰,۰۰۰ تومان است که ۱۰٪ آن به عنوان مالیات کسر می‌شود. اگر این شخص برای هر ساعت اضافه‌کاری ۱۱ هزار

تومان دریافت کند (اضافه‌کاری مالیات ندارد)، پس از روزانه چند ساعت اضافه‌کاری، دریافتی خالص ماهیانه او به ۳ میلیون تومان خواهد رسید؟

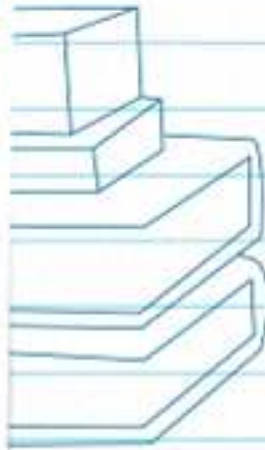
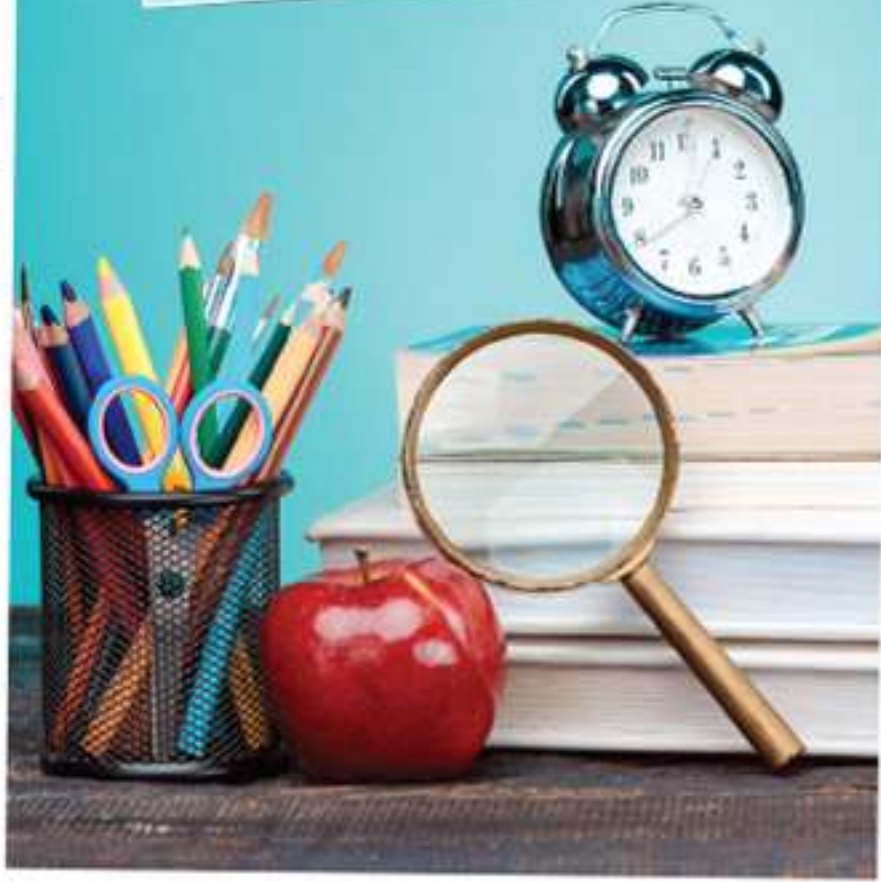
(کاردر کلاس کتاب درسی)

ماه را ۳۰ روزه در نظر بگیرید.)



بخش دوم

# آزمون‌ها







خرداد ۱۴۰۲

## سؤالات امتحان نهایی

تاریخ: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

رشته: علوم انسانی

درس: ریاضی و آمار ۳

| ردیف | سؤالات  | نمره |
|------|---|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه ۵ عضوی برابر ۱۵ است.</p> <p>ب) پیشامد <math>B-A</math> وقتی رخ می‌دهد که پیشامد <math>B</math> رخ دهد و پیشامد <math>A</math> رخ ندهد.</p> <p>ج) هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط آن، همان اختلاف مشترک جملات دنباله، یعنی <math>d</math> است.</p> <p>د) اگر فرض کنیم جرم باکتری‌ها در هر نیم ساعت <math>a</math> برابر شود، بعد از یک ساعت جرم آن <math>\sqrt{a}</math> برابر می‌شود.</p>   | ۱    |
| ۲    | <p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر پیشامد <math>A</math> با فضای نمونه‌ای <math>S</math> برابر باشد، <math>A</math> را یک پیشامد _____ می‌گویند.</p> <p>ب) در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک <math>r</math>، اگر <math>r=1</math> باشد، آن‌گاه دنباله _____ است.</p> <p>ج) ریشه‌های چهارم عدد ۱۰ برابر است با _____ و _____.</p>   | ۱    |
| ۳    | <p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) کدام گزینه جزء گام تحلیل داده‌ها در چرخه حل مسائل آماری محسوب نمی‌شود؟</p> <p>۱) استفاده از نمودارها    ۲) مرتب‌کردن داده‌ها    ۳) گزارش معیارها    ۴) تفسیر داده‌ها</p> <p>ب) در یک نمودار جعبه‌ای اگر چارک اول برابر ۳ و دامنه میان چارکی آن (IQR) برابر ۱۱ باشد، چارک سوم آن کدام است؟</p> <p>۱) ۱۴    ۲) ۷    ۳) ۸    ۴) ۱۵</p> <p>ج) چه تعداد از دنباله‌های زیر، هندسی نیست؟</p> <p>۱) <math>2, 2\sqrt{2}, 4, \dots</math>    ۲) <math>4, 8, 12, \dots</math>    ۳) <math>8, 4, 2, \dots</math>    ۴) <math>3, 6, 12, \dots</math></p> <p>۱) یک    ۲) دو    ۳) سه    ۴) چهار</p> <p>د) در تساوی <math>(0.27)^{15} = (0.27)^{x+1} \times (0.27)^5 \times (0.27)^2</math> مقدار <math>x</math> کدام است؟</p> <p>۱) ۶    ۲) ۷    ۳) ۸    ۴) ۹</p> | ۱    |
| ۴    | با ارقام ۳، ۲، ۷، ۹، ۴، ۸ چند عدد سه‌رقمی زوج، بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟   | ۰/۷۵ |
| ۵    | <p>دو تاس را همزمان پرتاب می‌کنیم؛ هر یک از پیشامدهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل ضرب اعداد روبرو شده از دو تاس بزرگ‌تر یا مساوی ۳۰ باشد.</p> <p>ب) مجموع اعداد روبرو شده از دو تاس برابر ۱۳ باشد.</p>   | ۱    |
| ۶    | <p>می‌خواهیم از بین ۵ فوتبالیست و ۴ والیبالیست یک گروه ۶ نفره به طور تصادفی تشکیل دهیم؛ مطلوب است احتمال اینکه:</p> <p>الف) حداقل ۴ نفر فوتبالیست باشند.</p> <p>ب) به تعداد مساوی از هر دو رشته ورزشی انتخاب شوند.</p>  | ۲    |
| ۷    | با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2}$ و $b_n = n^2 + 1$ حاصل عبارت $2a_1 + b_2$ را بنویسید.  | ۱    |
| ۸    | <p>جمله پنجم دنباله بازگشتی زیر را مشخص کنید.</p> <p><math>a_{n+2} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}</math>    <math>a_1 = a_2 = a_3 = 1</math></p>   | ۱    |



خرداد ۱۴۰۲

سوالات امتحان نهایی

۶

تاریخ: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

رشته: علوم انسانی

درس: ریاضی و آمار ۳

| ردیف | سوالات  | نمره |
|------|---|------|
| ۹    | با توجه به نمودار دنباله داده شده، با نوشتن اعضای دنباله، جمله عمومی آن را بنویسید.   | ۰/۵  |
|      |   |      |
| ۱۰   | یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۴۷ و جمله هفدهم آن ۱۷۷ است. جمله اول این دنباله را به دست آورید.  | ۱    |
| ۱۱   | در دنباله حسابی مقابل:<br>الف) جمله چندم آن ۹۵ است؟<br>ب) مجموع چهار جمله اول این دنباله را به دست آورید.   | ۱/۷۵ |
| ۱۲   | در دنباله هندسی مقابل:<br>الف) جمله عمومی دنباله را بنویسید.<br>ب) رابطه بازگشتی آن را مشخص کنید.   | ۱    |
| ۱۳   | اگر $x - 2 \cdot 2 \cdot x + 5$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی افزایشی باشند، مقدار $x$ را به دست آورید.  | ۱/۲۵ |
| ۱۴   | جمله اول یک دنباله هندسی ۶ و نسبت مشترک این دنباله ۲ است.<br>الف) جمله نهم این دنباله را بنویسید.<br>ب) مجموع ده جمله اول این دنباله را بیابید.   | ۱/۷۵ |
| ۱۵   | عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.<br>الف) $\sqrt[4]{(3/5)^4}$<br>ب) $2^6$  | ۱    |
| ۱۶   | حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.   | ۱/۲۵ |
|      | $(a^2 \cdot b^2)^2 \times (a^4)^{1/4} =$  |      |
| ۱۷   | نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = (\frac{3}{4})^x$ را رسم کنید.  | ۰/۷۵ |
| ۱۸   | جمعیت کشوری در سال ۲۰۲۳ میلادی، حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور به صورت نمایی و با نرخ دو درصد در حال کاهش باشد، جمعیت این کشور در سال ۲۰۲۴ میلادی چند نفر خواهد بود؟ | ۱    |
| ۲۰   | جمع نمره  | ۲۰   |
|      | «پیروز و سربلند باشید.»   |      |





۳۲۷. گزینه ۲، توضیح: توی درسنامه گفتیم که جمله عمومی یک دنباله حسابی، شبیه معادله یک خطه: یعنی توان  $n$  فقط باید ۱ باشه و  $n$  نباید توی مخرج یا زیر رادیکال یا داخل قدر مطلق باشه؛ بنابراین گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» حذف میشن و گزینه ۲، درسته.

**نکته:** در حالت کلی جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = An + B$  است که در آن  $A$  و  $B$  دو عدد هستن و مقدار  $A$  برابر با اختلاف مشترک دنباله است.

۳۲۸. گزینه ۳، توضیح: رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت  $a_{n+1} - a_n = d$  یا  $a_{n+1} = a_n + d$  هست، حالا اگه  $d > 0$  باشه، دنباله افزایشی و اگه  $d < 0$  باشه، دنباله کاهشیه. گزینه‌های «۲» و «۴» رو نمی‌تونیم به فرم‌های بالا بنویسیم. پس اصلاً حسابی نیستند. برای گزینه «۱» داریم:

$$a_{n+1} = a_n + 3 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow \text{دنباله افزایشی}$$

در گزینه «۳» داریم:

$$a_n = a_{n+1} + 3 \Rightarrow a_{n+1} = a_n - 3 \Rightarrow d = -3 \Rightarrow \text{دنباله کاهشی}$$

۳۲۹. گزینه ۴، توضیح: ابتدا جمله اول دنباله  $a_n$  رو حساب می‌کنیم، یعنی به جای  $n$  عدد ۱ رو قرار می‌دیم:  $a_1 = 2(1) + 3 = 5$  ضریب  $n$  در جمله عمومی، همون اختلاف مشترک، پس در دنباله  $a_n = 2n + 3$  اختلاف مشترک  $d = 2$  هست. رابطه بازگشتی دنباله حسابی به شکل  $a_{n+1} - a_n = d$  یا  $a_{n+1} = a_n + d$  هست؛ پس رابطه بازگشتی دنباله داده شده به شکل  $a_{n+1} - a_n = 2$  یا  $a_{n+1} = a_n + 2$  است (با فرض  $a_1 = 5$ ).

۳۳۰. گزینه ۱، توضیح: همه جملات موجود در صورت و مخرج رو باز می‌کنیم:

$$\frac{a_{15} - a_7}{a_{10} - a_8} = \frac{a_1 + 14d - (a_1 + 6d)}{a_1 + 9d - (a_1 + 7d)} = \frac{a_1 + 14d - a_1 - 6d}{a_1 + 9d - a_1 - 7d} = \frac{8d}{2d} = 4$$

۳۳۱. گزینه ۳، توضیح: نقاط مربوط به نمودار دنباله حسابی روی یک خط مستقیم قرار دارن، از طرفی گفته شده دنباله افزایشی است؛ پس عرض نقاط باید به‌طور ثابت زیاد بشن. فقط گزینه «۳» این ویژگی‌ها رو داره.

۳۳۲. گزینه ۲، توضیح: در حالت اول و قبل از اینکه به اختلاف مشترک، چیزی اضافه کنیم، جمله یازدهم برابر میشه با:  $a_{11} = a_1 + 10d$ ؛ حالت اول حالا که به اختلاف مشترک ۵ واحد اضافه می‌کنیم به جای  $d$  باید عبارت  $(d + 5)$  رو قرار بدیم:  $a_{11} = a_1 + 10(d + 5) = a_1 + 10d + 50$  همون‌طور که ملاحظه می‌کنید در مقایسه با حالت اول ۵۰ واحد به جمله یازدهم اضافه شده.

۳۳۳. گزینه ۳، توضیح: سه عدد رو به صورت  $a_1$ ،  $a_2$  و  $a_3$  در نظر می‌گیریم؛ طبق فرض سؤال داریم:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 39 \rightarrow a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 39$$

$$\rightarrow 3a_1 + 3d = 39 \rightarrow 3(a_1 + d) = 39$$

$$\rightarrow a_1 + d = 13 \Rightarrow a_7 = 13$$

پس جمله وسطی این دنباله حتماً برابر با ۱۳ است.

۳۳۴. الف، در این دنباله، هر جمله ۳ واحد بیشتر از جمله قبلیشه؛ پس:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 3$$

ب با یک دنباله حسابی روبه‌رو هستیم، پس از فرمول جمله عمومی این دنباله استفاده می‌کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times 3 = 1 + 3n - 3 = 3n - 2$$

۳۱۶. الف، با توجه به دنباله ۱، ۲، ۴، ۸، ... ملاحظه می‌کنید که هر جمله در عدد ۲ ضرب میشه تا جمله بعدی به‌دست بیاد؛ پس همین روند رو ادامه می‌دیم تا جملات ششم و هفتم هم به‌دست بیان:

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$$

ب گفتیم که هر جمله در عدد ۲ ضرب میشه تا جمله بعدیش به‌دست بیاد؛

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n \times 2 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

البته رابطه بازگشتی به شکل زیر است:

ج در فصل بعدی، این سؤال رو خیلی راحت‌تر حل می‌کنید (دنباله هندسی)

ولی الان فرمول جمله عمومی رو به شکل زیر پیدا می‌کنیم:

|                |                |                |                |                |     |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|
| جمله پنجم      | جمله چهارم     | جمله سوم       | جمله دوم       | جمله اول       |     |
| ۱۶             | ۸              | ۴              | ۲              | ۱              | ... |
| ↓              | ↓              | ↓              | ↓              | ↓              |     |
| ۲ <sup>۴</sup> | ۲ <sup>۳</sup> | ۲ <sup>۲</sup> | ۲ <sup>۱</sup> | ۲ <sup>۰</sup> | ... |

همه پایه‌ها عدد ۲ شدن؛ ضمناً توان عدد ۲ در هر مرحله، یکی از شماره اون مرحله کمتره، پس میشه گفت:

د کافیه در فرمول  $a_n$  که به‌دست آوردیم، به جای  $n$  عدد ۴۰ رو بذاریم:

$$a_{40} = 2^{40-1} = 2^{39}$$

## درس ۲

## پاسخ فصل ۲

۳۱۷. توضیح: اگه  $k$  تعداد واسطه‌های حسابی  $a$  و  $b$  جملات اول و آخر باشن، داریم:

$$d = \frac{b-a}{k+1} \Rightarrow 4 = \frac{19-3}{k+1} \Rightarrow 4k+4 = 16 \Rightarrow 4k = 12 \Rightarrow k = 3$$

۳۱۸. ثابت، توضیح: این مقدار ثابت، همون اختلاف مشترک هست.

۳۱۹. صفر، توضیح: واسطه حسابی بین دو عدد، در واقع همون میانگین اون‌هاست:

$$\text{واسطه حسابی} = \frac{-2+2}{2} = 0$$

۳۲۰. ۶۰۴، توضیح: با توجه به رابطه بازگشتی داریم:  $a_1 = 10, d = 6$

$$a_{100} = a_1 + 99d = 10 + 99(6) = 604$$

۳۲۱. ۲- و ۶، توضیح: ضریب  $n$  در جمله عمومی، همون  $d$  هست؛ پس  $d = -2$

حالا برای یافتن جمله اول به جای  $n$  عدد ۱ رو قرار میدیم:  $a_1 = -2(1) + 8 = 6$

۳۲۲. نادرست

۳۲۳. نادرست، توضیح: می‌دونیم اگه سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی

رو داشته باشیم میشه نوشت:  $(\text{جمله بعدی} + \text{جمله قبلی}) = \text{جمله وسطی}$

و به جمله وسطی، واسطه حسابی می‌گیم؛ بنابراین واسطه حسابی بین ۹ و ۴ رو پیدا می‌کنیم تا ببینیم آیا برابر با ۶ میشه یا نه:

$$\text{جمله متن سؤال نادرست} \Rightarrow \frac{4+9}{2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

۳۲۴. درست، توضیح: همه جملات با هم برابر هستن؛ پس یک دنباله حسابی

با اختلاف مشترک صفر داریم.

۳۲۵. درست

۳۲۶. گزینه ۴، توضیح: ابتدا اختلاف مشترک دنباله رو حساب می‌کنیم:

$$d = \text{جمله دوم} - \text{جمله اول} = -2 - \left(-\frac{3}{2}\right) = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

گفته بودیم رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت  $a_{n+1} = a_n + d$  یا

$$a_{n+1} - a_n = d \text{ هست؛ پس داریم: } a_{n+1} = a_n - \frac{1}{2}, a_1 = -\frac{3}{2}$$



حالا  $d$  رو در یکی از معادلات موجود، جای گذاری می کنیم و  $a_1$  رو به دست میاریم:

$$a_1 + 6d = 45 \Rightarrow a_1 + (6 \times 6) = 45$$

$$a_1 + 36 = 45 \Rightarrow a_1 = 45 - 36 = 9$$

$$a_{31} = a_1 + 30d \Rightarrow a_{31} = 9 + (30 \times 6) = 9 + 180 = 189$$

۲۴۱. یک دنباله حسابی به شکل مقابل داریم:

$$2, 4, 6, 8, \dots$$

$$d = 4 - 2 = 2$$

اختلاف مشترک این دنباله ۲ است.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [(2 \times 2) + (16-1) \times 2]$$

$$S_{16} = 8[4 + 30] = 8 \times 34 = 272$$

۲۴۲. اعداد فرد طبیعی از ۱ شروع میشن و تا ۲ تا زیاد میشن: پس یک دنباله

حسابی با اختلاف مشترک ۲ ایجاد میشه، حالا کافیه فرمول  $S_n$  رو بنویسیم و به جای  $n$  عدد ۳۰، به جای  $a_1$  عدد ۱ و به جای  $d$  عدد ۲ رو قرار بدیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [(2 \times 1) + (30-1) \times 2]$$

$$S_{30} = 15[2 + 58] = 15 \times 60 = 900$$

۲۴۳. در این سوال، مقدارهای  $d$ ،  $a_1$  و  $a_n$  داده شده است و شماره جمله یعنی  $n$

از ما خواسته شده: پس در فرمول  $a_n = a_1 + (n-1)d$  همه مقادیر موجود رو

جای گذاری می کنیم و  $n$  رو به دست میاریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$601 = 25 + (n-1) \times 18$$

$$601 = 25 + 18n - 18 \Rightarrow 18n = 601 - 7 \Rightarrow 18n = 594 \Rightarrow n = \frac{594}{18} = 33$$

۲۴۴. گفته شده اختلاف مشترک ( $d$ ) مثبت است: پس می فهمیم که عدد

کوچک تر یعنی عدد ۱۰ جمله اول است. (اگه گفته می شد اختلاف مشترک منفی،

اون وقت عدد ۲۶ می شد جمله اول) کافی است که جمله آخر رو باز کنیم:

$$10, \text{---}, \text{---}, \text{---}, 26$$

$$a_1 \quad \quad \quad a_5$$

$$a_5 = 26 \Rightarrow a_1 + 4d = 26 \Rightarrow 10 + 4d = 26 \Rightarrow 4d = 16 \Rightarrow d = 4$$

$$10, 14, 18, 22, 26$$

$$+4 \quad +4 \quad +4$$

۲۴۵. الف) این دنباله یک دنباله حسابی است، زیرا همه جملات

با عدد ثابت ۳ جمع شدن، فرمول رابطه بازگشتی دنباله حسابی

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + d \\ a_1 = 1 \end{cases} \text{ است: پس جای گذاری می کنیم: } \begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

ب) برای پیدا کردن ضابطه تابعی، کافیه در جمله عمومی به جای  $a_1$  و  $d$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 1 + (n-1) \times 3$$

$$a_n = 1 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n - 2$$

۲۴۶. الف) به جای  $n$  اعداد طبیعی ۱، ۲ و ۳ رو قرار می دیم تا چهار جمله

اول به دست بیان. (دقت دارید که جمله اول رو داریم)

$$n=1 \rightarrow a_2 = -a_1 + 4 = -2 + 4 = 6$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = -a_2 + 4 = -6 + 4 = -2$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = -a_3 + 4 = -(-2) + 4 = 6$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = -a_4 + 4 = -6 + 4 = -2$$

$$a_1 = -2$$

پس دنباله به شکل  $-2, 6, -2, 6, -2, \dots$  است.

ب) خیر، این دنباله حسابی نیست، چون جملات با مقدار ثابتی در حال کاهش

یا افزایش نیستن.

۲۳۵. جملات یازدهم و نوزدهم رو باز کرده تا به یک دستگاه برسیم:

$$\begin{cases} a_{11} = 52 \Rightarrow a_1 + 10d = 52 \\ a_{19} = 92 \Rightarrow a_1 + 18d = 92 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ a_1 + 18d = 92 \end{cases}$$

حالا یک دستگاه داریم که با حل آن، مقادیر  $a_1$  و  $d$  به دست میان.

$$\begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ a_1 + 18d = 92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ -a_1 - 18d = -92 \end{cases}$$

$$-8d = -40 \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 10d = 52$$

$$a_1 + (10 \times 5) = 52 \Rightarrow a_1 = 52 - 50 = 2$$

$$a_{26} = a_1 + 25d = 2 + 25(5) = 127$$

$$d = a_7 - a_1 = 7 - 4 = 3$$

۲۳۶. ابتدا  $d$  رو به دست میاریم:

جمله اول که ۴ است و اختلاف مشترک هم ۳، حالا کافیه فرمول  $S_n$  رو بنویسیم و

جای گذاری کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{n=20} S_{20} = \frac{20}{2} [(2 \times 4) + (20-1) \times 3]$$

$$= 10[8 + 57] = 10 \times 65 = 650$$

۲۳۷. ابتدا جملات هشتم و هجدهم رو باز می کنیم:

$$\begin{cases} a_8 = 65 \Rightarrow a_1 + 7d = 65 \\ a_{18} = 105 \Rightarrow a_1 + 17d = 105 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 7d = 65 \\ a_1 + 17d = 105 \end{cases}$$

حالا این دو معادله رو در دستگاه می داریم و مجهولات رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a_1 + 7d = 65 \\ a_1 + 17d = 105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 7d = 65 \\ -a_1 - 17d = -105 \end{cases}$$

$$-10d = -40 \Rightarrow d = \frac{-40}{-10} = 4$$

$$a_1 + 7d = 65$$

$$a_1 + (7 \times 4) = 65 \Rightarrow a_1 = 65 - 28 = 37$$

$$a_{29} = a_1 + 28d \Rightarrow a_{29} = 37 + (28 \times 4) = 37 + 112 = 149$$

۲۳۸. هر دو جمله داده شده رو باز می کنیم:

$$\begin{cases} a_9 = 61 \Rightarrow a_1 + 8d = 61 \\ a_{16} = 96 \Rightarrow a_1 + 15d = 96 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 8d = 61 \\ a_1 + 15d = 96 \end{cases}$$

حالا این دو معادله رو در دستگاه می داریم و مجهولات رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a_1 + 8d = 61 \\ a_1 + 15d = 96 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 8d = 61 \\ -a_1 - 15d = -96 \end{cases}$$

$$-7d = -35 \Rightarrow d = 5$$

حالا  $d$  رو در یکی از معادله ها جای گذاری می کنیم تا  $a_1$  هم به دست بیاد:

$$a_1 + 8d = 61 \Rightarrow a_1 + (8 \times 5) = 61 \Rightarrow a_1 + 40 = 61 \Rightarrow a_1 = 61 - 40 = 21$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 21 + 19(5) = 166$$

۲۳۹. از فرمول مقابل استفاده می کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$n = 20, d = 21 - 25 = -4, a_1 = 25$$

$$\Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} [(2 \times 25) + (20-1)(-4)]$$

$$\Rightarrow S_{20} = 10[50 + (-76)] = 10 \times (-6) = -60$$

۲۴۰. جملات داده شده در متن سوال رو باز می کنیم تا به یک دستگاه دو معادله و

$$\begin{cases} a_7 = 45 \Rightarrow a_1 + 6d = 45 \\ a_{15} = 93 \Rightarrow a_1 + 14d = 93 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 45 \\ a_1 + 14d = 93 \end{cases}$$

حالا این دو معادله رو در دستگاه می داریم و  $a_1$  و  $d$  رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a_1 + 6d = 45 \\ a_1 + 14d = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = 45 \\ -a_1 - 14d = -93 \end{cases}$$

$$-8d = -48 \Rightarrow d = \frac{-48}{-8} = 6$$





۲۵۶. جملات یازدهم و نوزدهم به ما داده شدن پس اون‌ها رو باز می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_{11} = 32 \Rightarrow a_1 + 10d = 32 \\ a_{19} = 72 \Rightarrow a_1 + 18d = 72 \end{cases}$$

حالا یک دستگاه تشکیل میدیم و  $a_1$  و  $d$  رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a_1 + 10d = 32 \\ a_1 + 18d = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 10d = 32 \\ -a_1 - 18d = -72 \end{cases}$$

$$\frac{-8d = -40 \Rightarrow d = 5}{-8d = -40 \Rightarrow d = 5}$$

$$a_1 + 10d = 32 \Rightarrow a_1 + (10 \times 5) = 32 \Rightarrow a_1 = 32 - 50 = -18$$

حالا با داشتن  $a_1$  و  $d$  جمله سی‌ام رو به دست میاریم:

$$a_{30} = a_1 + 29d \Rightarrow a_{30} = -18 + 29(5) = 127$$

۲۵۷. در این دنباله مقدارهای  $a_1$ ،  $d$  و  $a_n$  رو داریم و باید مقدار  $n$  رو به دست بیاریم: پس این مقادیر رو در فرمول جمله عمومی، جای گذاری می‌کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 225 = 25 + (n-1)(10)$$

$$225 - 25 = 10n - 10 \Rightarrow 10n = 210 \Rightarrow n = \frac{210}{10} = 21$$

۲۵۸. ابتدا اختلاف مشترک رو به دست میاریم:

$$d = a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$$

حالا این مقدارها رو در فرمول  $S_n$  قرار می‌دیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [(2 \times 4) + (20-1) \times 6]$$

$$S_{20} = 10 [8 + 114] = 10 \times 122 = 1220$$

۲۵۹. از متن سؤال می‌فهمیم که جمله اول ۱۵ و جمله پنجم ۲۳ است: (چون گفته شده  $d$  مثبت هست، بنابراین جمله اول همیشه عدد کوچکتری که به ما داده شده، یعنی عدد ۱۵)

در این گونه سؤالات جمله آخر رو باز می‌کنیم:

$$a_5 = 23 \Rightarrow a_1 + 4d = 23 \Rightarrow 15 + 4d = 23 \Rightarrow 4d = 8 \Rightarrow d = 2$$

$$15, \quad \overset{+2}{\circlearrowleft}, \quad \overset{+2}{\circlearrowleft}, \quad \overset{+2}{\circlearrowleft}, \quad 23$$

$$15, \quad 17, \quad 19, \quad 21, \quad 23$$

۲۶۰. ابتدا تعداد جملات رو به دست می‌آوریم:

$$1, 5, 9, \dots, 285 \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 5 - 1 = 4$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 285 = 1 + (n-1) \times 4 \Rightarrow 285 = 1 + 4n - 4$$

$$\Rightarrow 4n = 288 \Rightarrow n = 97$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{97} = \frac{97}{2} (2(1) + 96 \times 4) = 18721$$

۲۶۱. در این دنباله، جمله اول برابر ۱ و اختلاف مشترک برابر  $d = 3 - 1 = 2$  هست.

دقت کنید که مجموع ۲۰ جمله دوم خواسته شده: یعنی باید حاصل  $S_{20} - S_0$  رو حساب کنیم:

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(1) + 19 \times 2] = 10(40) = 400$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(1) + 19 \times 2] = 20(40) = 400$$

$$\Rightarrow S_{20} - S_0 = 400 - 0 = 400$$

$$a_1 = 25, d = 20, a_n = 225, n = ?$$

۲۶۲

در این سؤال، کافیه در فرمول جمله عمومی یعنی  $a_n = a_1 + (n-1)d$  مقادیری که داریم رو جای گذاری کنیم تا مقدار  $n$  به دست بیاد:

$$225 = 25 + (n-1) \times 20 \Rightarrow 225 = 25 + 20n - 20$$

$$\Rightarrow 20n = 220 \Rightarrow n = \frac{220}{20} = 11$$

۲۴۷. ابتدا به  $n$  مقادیر ۱ و ۲ رو نسبت می‌دیم تا  $a_1$  و  $a_2$  به دست بیان:

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = -5 + 2(1-1) = -5$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = -5 + 2(2-1) = -5 + 2 = -2$$

حالا اختلاف مشترک رو به دست میاریم:  $d = a_2 - a_1 = (-2) - (-5) = 3$

۲۴۸. ابتدا اختلاف مشترک رو به دست میاریم:  $d = 4 - (-1) = 5$  از طرفی

$n = 30$  است، پس فرمول  $S_n$  رو می‌نویسیم و عددها رو جای گذاری می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(-1) + (30-1) \times 5] = 15(-2 + 145) = 2145$$

۲۴۹. اول معادله خط رو به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$y - 2x + 5 = 0 \Rightarrow y = 2x - 5$$

دنباله‌ای که نمودارش روی خط  $y = 2x - 5$  قرار داره ضابطه‌اش به صورت  $a_n = 2n - 5$  هست. حالا جمله ششم این دنباله رو محاسبه می‌کنیم:

$$a_n = 2n - 5 \xrightarrow{n=6} a_6 = 2 \times 6 - 5 = 7$$

۲۵۰. با توجه به  $a_{n+1} = a_n + 5$  متوجه می‌شیم که  $d$  ما برابر ۵ است. حالا  $a_1$  و  $n$  رو داریم و مقدار  $S_{12}$  رو می‌خواهیم: پس فرمول  $S_n$  رو برای دنباله

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} [2(-2) + (12-1) \times 5] = 6(-4 + 55) = 6 \times 51 = 306$$

۲۵۱. الف دنباله حسابی است زیرا جملات دنباله ۳ تا ۳ تا در حال زیاد شدن هستند.

ب  $a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$

ج اختلاف مشترک جملات دنباله برابر  $d = 3$  است. پس داریم:

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 1 + 19(3) = 1 + 57 = 58$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 592 = 12 + (n-1) \times 20 \Rightarrow 592$$

$$= 12 + 20n - 20 \Rightarrow 20n = 592 - 12 + 20 \Rightarrow 20n = 600 \Rightarrow n = \frac{600}{20} = 30$$

۲۵۳. برای نوشتن جمله عمومی، باید مقادیر  $a_1$  و  $d$  رو داشته باشیم، الان

به ما داده شده: پس فقط به  $d$  نیاز داریم:

$$a_1 = 10 \Rightarrow a_1 + 9d = 10$$

$$\xrightarrow{a_1 = -17} -17 + 9d = 10 \Rightarrow 9d = 27 \Rightarrow d = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -17 + (n-1) \times 3 = -17 + 3n - 3 = 3n - 20$$

۲۵۴. جمله اول این دنباله ۱۱ است و اختلاف مشترک آن برابر هست با

$$d = 8 - 11 = -3$$

رو می‌نویسیم و اعداد موجود رو در اون جای گذاری می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [(2 \times 11) + (16-1)(-3)]$$

$$S_{16} = 8 [22 + (-45)] = 8 \times (-23) = -184$$

۲۵۵. الف  $a_n = n(n-1) = n^2 - n$  مشاهده می‌کنیم که علاوه بر  $n$ ،

عبارت  $n^2$  هم وجود داره: پس این دنباله، حسابی نیست.

ب  $b_n = 2(n-2) = 2n - 4$  این دنباله حسابی است چون، در اون فقط

$n^1$  مشاهده می‌کنیم یعنی فرمول داده شده به شکل یک تابع خطی هست:

ضمناً ضریب  $n$  همون اختلاف مشترک میشه. یعنی:  $d = 2$ .



۲۷۰. در این دنباله ابتدا باید  $n$  رو به دست بیاریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1$$

$$n = \frac{13 - 89}{-4} + 1 = \frac{-76}{-4} + 1 = 19 + 1 = 20$$

حالا با داشتن تعداد جملات و جمله اول و  $d$  فرمول  $S_n$  رو می نویسیم و اعداد

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \quad \text{موجود رو در اون جای گذاری می کنیم:}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [(2 \times 13) + (20-1)(-4)]$$

$$S_{20} = 10 [178 + (-76)] = 10 \times 102 = 1020$$

**نکته:** البته می تونید از اون یکی فرمول  $S_n$  هم استفاده کنید:

جمله آخر

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} (13 + 89) = 10 \times 102 = 1020$$

۲۷۱. در حالت اول، جمله اول رو  $a_1$  و اختلاف مشترک رو  $d$  در نظر می گیریم و

مجموع ۱۰ جمله اول رو حساب می کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{1}{2} [2a_1 + (10-1)d] = 5[2a_1 + 9d] = 10a_1 + 45d$$

در حالت دوم، جمله اول رو  $a_1 + 4$  و اختلاف مشترک رو  $d$  در نظر می گیریم،

حالا در جواب بالا به جای  $a_1$  عبارت  $(a_1 + 4)$  رو قرار می دیم:

$$S'_{10} = 10(a_1 + 4) + 45d = 10a_1 + 40 + 45d = 10a_1 + 45d + 40$$

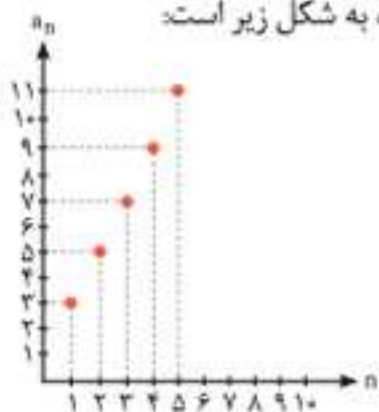
پس می بینیم که  $S'_{10}$  نسبت به حالت اول ۴۰ واحد بیشتر شده است.

۲۷۲. الف) با توجه به شکل سؤال، جملات اول و دوم رو داریم، پس باید

جملات سوم، چهارم و پنجم رو به دست بیاریم:

$$a_n = 3 + 2(n-1) \begin{cases} n=3 \Rightarrow a_3 = 3 + 2(3-1) = 3 + 4 = 7 \\ n=4 \Rightarrow a_4 = 3 + 2(4-1) = 3 + 6 = 9 \\ n=5 \Rightarrow a_5 = 3 + 2(5-1) = 3 + 8 = 11 \end{cases}$$

پس نمودار کامل شده به شکل زیر است:



$$(A \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 1} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x + 1$$

بله، بقیه نقاط دنباله هم روی این خط قرار دارن، چون اگه مختصات اون‌ها

رو در معادله خط بناریم به روابط درست می رسیم: مثلاً نقطه  $C(3, 7)$  رو

$$y = 2x + 1 \xrightarrow{x=3} 7 = 2(3) + 1 \Rightarrow 7 = 7$$

امتحان می کنیم: شیب خط به دست اومده همون  $d$  یعنی اختلاف مشترک هست.

۲۶۲. جملات داده شده رو باز می کنیم:

$$\begin{cases} a_{11} = 52 \Rightarrow a_1 + 10d = 52 \\ a_{19} = 92 \Rightarrow a_1 + 18d = 92 \end{cases}$$

حالا یک دستگاه تشکیل می دیم و مقادیر  $a_1$  و  $d$  رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ a_1 + 18d = 92 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 10d = 52 \\ -a_1 - 18d = -92 \end{cases} \Rightarrow \frac{-8d = -40}{-8d = -40} \Rightarrow d = 5$$

$$a_1 + 10d = 52 \Rightarrow a_1 + (10 \times 5) = 52 \Rightarrow a_1 = 52 - 50 \Rightarrow a_1 = 2$$

حالا با داشتن جمله اول و  $d$  جمله سی ام رو به دست میاریم:

$$a_{30} = a_1 + 29d = 2 + 29(5) = 147$$

۲۶۴. در متن سؤال گفته نشده که  $d$  مثبت هست یا منفی: پس فرقی نداره که

۱۰ رو جمله اول بگیریم یا ۱۸. ما به دلخواه عدد ۱۰ رو جمله اول فرض می کنیم:

$$10, \text{---}, \text{---}, \text{---}, 18$$

$$a_5 = 18 \Rightarrow a_1 + 4d = 18 \Rightarrow 10 + 4d = 18 \Rightarrow d = 2$$

$$10, \text{---}, \text{---}, \text{---}, 18$$

۲۶۵. الف) مقدار  $d$  برابر ۵ است، جمله دهم خواسته شده لذا داریم:

$$a_{10} = a_1 + 9d = -1 + 9(5) = 44$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 199 = -1 + (n-1) \times 5$$

$$\Rightarrow 199 = -1 + 5n - 5 \Rightarrow 5n = 205 \Rightarrow n = 41$$

$$1, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, x$$

کافی جمله آخر رو باز کنیم:

$$a_{10} = x \Rightarrow a_1 + 9d = x \Rightarrow 1 + 9(6) = x \Rightarrow 62 = x$$

۲۶۷. سه عدد رو به صورت  $a_1, a_2, a_3$  در نظر می گیریم: از طرفی دنباله

صعودیه پس  $a_1$  از بقیه جملات کوچک تره:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 90 \Rightarrow a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 90 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 90$$

$$\xrightarrow{a_1=22} 3(22) + 3d = 90 \Rightarrow 3d = 90 - 66 \Rightarrow 3d = 24 \Rightarrow d = 8$$

۲۶۸. الف) در این دنباله  $a_{14} = \frac{2}{3}$  و  $a_4 = \frac{1}{4}$ : پس این دو جمله رو باز

می کنیم و دستگاه حاصل رو حل می کنیم:

$$\begin{cases} a_1 + 13d = \frac{2}{3} \\ a_1 + 8d = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 13d = \frac{2}{3} \\ -a_1 - 8d = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{5d = \frac{5}{12}}{12} \Rightarrow d = \frac{1}{12}$$

$$a_1 + 13d = \frac{2}{3} \Rightarrow a_1 + 13(\frac{1}{12}) = \frac{2}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3} - \frac{13}{12} = \frac{8-13}{12} = -\frac{5}{12}$$

ب) به جای  $a_n$  در جمله عمومی، عدد صفر رو قرار می دیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -\frac{5}{12} + (n-1)(\frac{1}{12}) = 0 \xrightarrow{\text{رو می بریم سمت راست}}$$

$$(n-1)\frac{1}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 5+1 = 6$$

الف) ۵, ۸, ۱۱, ۱۴

ب)  $a_{n+1} = a_n + 6$

۲۶۹





۲۷۸. الف جمله اول که به ماداده شده، کافیه دو جمله بعدی رو هم خودمون به دست بیاریم و بعدش بررسی کنیم که آیا دنباله، حسابی هست یا خیر:

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow a_2 = \frac{1}{a_1} = \frac{1}{2} \\ n=2 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{a_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow 2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \dots \end{cases}$$

دنباله حسابی نیست، چون جملات به مقدار ثابتی اضافه یا کم نمیشن.

ب

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow a_2 = a_1 + 5 = -1 + 5 = 4 \\ n=2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 5 = 4 + 5 = 9 \end{cases} \Rightarrow -1, 4, 9, \dots$$

یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۵ هست.

ج

$$\begin{cases} n=1 \Rightarrow a_2 = 5a_1 + 1 = 5(-1) + 1 = -4 \\ n=2 \Rightarrow a_3 = 5a_2 + 1 = 5(-4) + 1 = -19 \end{cases} \Rightarrow -1, -4, -19, \dots$$

دنباله حسابی نیست چون جملات آن با عدد ثابتی جمع نمیشن.

د بدون داشتن  $a_1$  همیشه بقیه جملات دنباله رو به دست آورد، ولی قطعاً دنباله حسابی نیست چون اختلاف هر دو جمله متوالی برابر  $n$  است و می‌دانیم  $n$  عدد ثابتی نیست.

**تذکره:** تمام مواردی که بررسی کردیم رو بدون حل هم میشد گفت حسابی هستن یا خیر، شما می‌دونید که رابطه بازگشتی دنباله حسابی به شکل  $a_{n+1} - a_n = d$  یا  $a_{n+1} = a_n + d$  هست: پس فقط مورد (ب) مربوط به دنباله حسابی است.

۲۷۹. دستمزد هفته اول برابر با ۷۵۰ (یعنی  $a_1 = 750$ ) است و هر هفته ۲۵ واحد به دستمزد کارگر اضافه میشه: یعنی اختلاف مشترک  $d = 25$  است.

پس یک دنباله حسابی با  $a_1 = 750$  و  $d = 25$  داریم، حالا جمله عمومی این دنباله رو می‌نویسیم:  $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 750 + (n-1) \times 25$

می‌خوایم بدونیم جمله چندم دنباله برابر ۲۰۰۰ میشه، پس کافیه در فرمول جمله عمومی به جای  $a_n$  عدد ۲۰۰۰ رو قرار بدیم و مقدار  $n$  رو به دست بیاریم:

$$a_n = 25n + 725 \Rightarrow 2000 = 25n + 725 \Rightarrow 25n = 2000 - 725 \Rightarrow 25n = 1275 \Rightarrow n = 51$$

پس بعد از ۵۱ هفته، دستمزد کارگر به مقدار به ثابت ۲۰۰۰ می‌رسه.

۲۸۰. اولین بار قطار فاصله بین دو شهر رو در ۹۰ دقیقه طی کرده: یعنی  $a_1 = 90$  و بعد هر بار ۵ دقیقه از زمین کم شده تا به ۴۰ دقیقه رسیده: پس داریم:

$$90, 85, 80, \dots, 40$$

حالا یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک  $-5$  و جمله اول ۹۰ داریم، تعداد جملات رو به دست می‌اریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{90 - 40}{-5} + 1 = \frac{-50}{-5} + 1 = 10 + 1 = 11$$

۲۸۱.  $d = 8, a_1 = -5, a_n = 555$

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{555 - (-5)}{8} + 1 = \frac{560}{8} + 1 = 70 + 1 = 71$$

۲۸۲. فاصله چرخ‌ها تا موتور، یک دنباله حسابی تشکیل میده:

$$3, 8, 13, \dots$$

حالا جمله دوازدهم رو به دست می‌اریم که در واقع همون فاصله چرخ دوازدهم تا موتور هست. این عدد، شعاع دایره‌ای هست که مساحت اون خواسته شده:

$$a_{12} = a_1 + 11d = 3 + 11(5) = 58 \Rightarrow \text{مساحت} = \pi r^2 = \pi(58)^2 = 3364\pi$$

۲۷۳. الف اطلاعات سؤال به شکل مقابل است:  $d = -15, \text{ مقدار اولیه} = 250$  چون در لحظه شروع، یک مقدار اولیه داریم: پس جمله اول دنباله برابر میشه با:

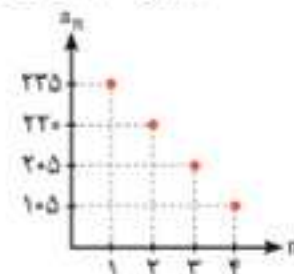
$$a_1 = \text{مقدار اولیه} + d = 250 + (-15) = 235$$

حالا مقدار  $a_n$  یعنی ۱۳۰ به ما داده شده: پس اون رو در جمله عمومی قرار می‌دیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 130 = 235 + (n-1)(-15) \Rightarrow 130 = 235 - 15n + 15 \Rightarrow 15n = 120 \Rightarrow n = \frac{120}{15} = 8$$

ب کافیه چند جمله اول دنباله رو بنویسیم (برای رسم نمودار نقطه ابتدایی کافیه):

$$235, 220, 205, 190, \dots$$



ج ابتدا باید ببینیم بعد از ۵ ساعت، چقدر از دارو در بدنش باقی می‌مونه:

$$a_5 = a_1 + 4d = 235 + 4(-15) = 235 - 60 = 175$$

حالا شخص یک قرص ۲۵۰ میلی‌گرمی هم می‌خوره: پس مقدار کل قرص موجود در بدنش برابر میشه با:  $250 + 175 = 425$  مقدار اولیه دنباله جدید

اکنون باید ببینیم بعد از چند ساعت مقدار ۴۲۵ میلی‌گرم به مقدار ۱۳۰ میلی‌گرم می‌رسد:

$$a_1 = \text{مقدار اولیه} + d = 425 - 15 = 410$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 130 = 410 + (n-1)(-15) \Rightarrow 130 = 410 - 15n + 15 \Rightarrow 15n = 295 \Rightarrow n = \frac{295}{15} = 19 \frac{7}{15} \text{ (ساعت)}$$

$$d = \frac{a_5 - a_1}{4} = \frac{22 - 10}{4} = 3$$

۲۷۴.  $10, 13, 16, 19, 22$

۲۷۵. از رابطه بازگشتی متن سؤال، متوجه می‌شیم که نوع دنباله حسابیه و ضمناً  $d = 5$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(-2) + (10-1) \times 5] \Rightarrow S_{10} = 5[-4 + 45] = 5 \times 41 = 205$$

۲۷۶. تعداد صندوقی‌ها در هر ردیف، یک دنباله حسابی با  $d = 3$  تشکیل میدن، مجموع تعداد صندوقی‌ها داده شده و باید  $n$  رو به دست بیاریم.

$$15, 18, 21, \dots$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow 170 = \frac{n}{2} [(2 \times 15) + (n-1) \times 3]$$

$$170 \times 2 = n[30 + 3n - 3]$$

$$1740 = 27n + 3n^2 \Rightarrow 3n^2 + 27n - 1740 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک}} n^2 + 9n - 580 = 0$$

$$(n+29)(n-20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -29 \times \\ n = 20 \checkmark \end{cases}$$

۲۷۷. اول باید جمله عمومی دنباله داده شده رو به دست بیاریم. می‌دونیم که  $a_1 = 4$  و برای به دست آوردن اختلاف مشترک داریم:

$$d = \text{جمله اول} - \text{جمله دوم} \Rightarrow d = 9 - 4 = 5$$

حالا فرمول جمله عمومی دنباله رو می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 4 + (n-1) \times 5 \Rightarrow a_n = 4 + 5n - 5 \Rightarrow a_n = 5n - 1$$

حالا شماره اولین جمله بزرگتر از ۱۰۰ رو می‌خوایم، پس باید نامعادله  $a_n > 100$  رو حل کنیم و  $n$  رو به دست بیاریم:

$$a_n > 100 \Rightarrow 5n - 1 > 100 \Rightarrow 5n > 101 \Rightarrow n > \frac{101}{5}$$

$$\Rightarrow n > 20.2 \xrightarrow{\text{عدد طبیعی است}} n = 21$$



۳۸۹. از متن طولانی سؤال نباید ترسید، الان بایک دنباله حسابی روبه‌رو هستیم:

حالا تعداد پله‌ها خواسته شده که در واقع همون  $n$  هست:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{45 - 125}{-10} + 1 = 8 + 1 = 9$$

حالا مجموع جملات دنباله یعنی مجموع طول پله‌ها رو محاسبه می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$$

$$S_9 = \frac{9}{2} [125 + 45] = \frac{9}{2} \times (170) = 9 \times 85 = 765 \text{ cm}$$

پس برای ساخت این نردبان، به  $765$  متر چوب نیاز داریم.

۳۹۰. پس هر شاخه قنات  $696$  چاه داره که البته یکی از اون‌ها «مادر چاه» است: پس هر شاخه قنات  $695$  چاه یا میله داره.

**الف** ابتدا مقدار  $d$  رو به دست میاریم:

$$a_{56} = 78 \Rightarrow a_1 + 55d = 78 \Rightarrow 84/6 + 55d = 78$$

$$\Rightarrow 55d = -6/6 \Rightarrow d = -\frac{6/6}{55} = -0.12$$

حالا تعداد چاه‌های یکی از سه شاخه قنات رو به دست میاریم:

$$n = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} + 1 = \frac{1/20 - 84/6}{-0.12} + 1 = 696$$

**ب** ابتدا مجموع طول چاه‌های یکی از شاخه‌ها رو حساب کرده و سپس جواب رو در عدد  $3$  ضرب می‌کنیم (چون  $3$  شاخه داریم)

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{696} = \frac{696}{2} [(2 \times 84/6) + 695(-0.12)] = 29858.4$$

$$\text{مجموع طول کل چاه‌ها} = (3 \times 29858.4) - (3 \times 84/6) = 89321.4$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [(2 \times 3) + (19 \times 4)] = 10 \times (6 + 76) = 820. \quad 391$$

۳۹۲. در این دنباله مقدارهای  $a_1$  و  $d$  و  $a_n$  رو داریم و باید  $n$  رو به دست بیاریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1 = \frac{23 - (-7)}{8} + 1 = \frac{40}{8} + 1 = 5 + 1 = 6$$

۳۹۳. دو جمله داده شده در متن سؤال رو باز می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_7 = -25 \Rightarrow a_1 + 6d = -25 \\ a_{18} = -58 \Rightarrow a_1 + 17d = -58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 6d = -25 \\ -a_1 - 17d = +58 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 6d = -25 \\ -11d = +33 \end{cases}$$

$$-11d = 33 \Rightarrow d = \frac{33}{-11} = -3$$

$d$  رو در یکی از معادلات می‌ذاریم  $a_1 + 6d = -25$

$a_1$  به دست میاد

$$a_1 + 6(-3) = -25 \Rightarrow a_1 = -25 + 18 = -7$$

$$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow a_6 = -7 + 5(-3) = -7 - 15 = -22$$

۳۹۴. برای به دست آوردن جمله هفتم، کافیه در جمله عمومی به جای  $n$  عدد  $7$  رو بذاریم:

$$a_n = \frac{3n-6}{2} \quad n=7 \Rightarrow a_7 = \frac{3 \times 7 - 6}{2} = \frac{15}{2}$$

رو بذاریم:

برای به دست آوردن  $d$  نیاز به هیچ راه‌حلی نیست فقط کافیه ضرب  $n$  در

جمله عمومی رو انتخاب کنیم: الان ضریب  $n$  در عبارت  $\frac{3n-6}{2}$  برابر  $\frac{3}{2}$

است: پس:

$$d = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\text{جمله هفتم} (a_7)}{\text{اختلاف مشترک} (d)} = \frac{15}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{15}{3} = 5$$

۳۸۳. ابتدا رابطه داده شده رو به شکل استاندارد در میاریم:  $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{4}$

از رابطه بازگشتی متوجه می‌شیم که  $d$  برابر  $\frac{1}{4}$  هست. جمله هفتم رو هم که داریم: پس به کمک اون، جمله اول رو حساب می‌کنیم:

$$a_7 = 5 \Rightarrow a_1 + 6d = 5 \Rightarrow a_1 + 6(\frac{1}{4}) = 5 \Rightarrow a_1 = 3$$

حالا با داشتن  $a_1$  و مقدار هر جمله دلخواه رو می‌تونیم به دست بیاریم:

$$a_{13} = a_1 + 12d \xrightarrow{d=\frac{1}{4}} a_{13} = 3 + 12(\frac{1}{4}) = 3 + 3 = 6$$

**الف**  $a_n = 5 + (11-1) \times 7 = 75. \quad 384$

**ب**  $a_n = a_1 + (n-1) \times d \Rightarrow 96 = 5 + (n-1) \times 7$

$$\Rightarrow 91 = 7n - 7 \Rightarrow n = \frac{98}{7} = 14$$

۳۸۵. دنباله  $a_n$  رو وزن صفحه پس از هفته  $n$ ام در نظر می‌گیریم، چون در لحظه شروع، یک مقدار اولیه وجود داره، جمله اول به شکل زیر پیدا میشه:

$$a_1 = \text{مقدار اولیه} + d = 12500 + (-1875) = 10625$$

$$a_6 = a_1 + 5d = 10625 + 5(-1875) = 10625 - 9375 = 1250 \text{ گرم}$$

۳۸۶. بین اعداد  $a$  و  $b$  به تعداد  $n$  عدد داریم، پس میشه گفت کلاً  $n+2$  تا جمله داریم: حالا جمله آخر یعنی  $b$  رو باز می‌کنیم:



$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{\text{به جای } n \text{ ها } (n+2) \text{ می‌ذاریم}} a_{n+2} = a_1 + (n+2-1)d$$

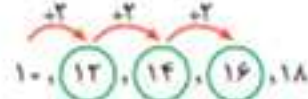
$$\Rightarrow b = a + (n+1)d \xrightarrow{\text{رو به چپ می‌بریم}} b - a = (n+1)d \Rightarrow d = \frac{b-a}{n+1}$$

۳۸۷. با توجه به فرمول  $d = \frac{b-a}{n+1}$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a = 10 \\ b = 18 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$d = \frac{18-10}{3+1} = \frac{8}{4} = 2$$

حالا عدد  $2$  رو به هر جمله اضافه کنیم تا جملات بعدی هم به دست بیان:



**تذکره:** به جای استفاده از فرمول، می‌تونستیم جمله آخر رو باز کنیم:

$$a_5 = 18 \Rightarrow a_1 + 4d = 18 \Rightarrow 10 + 4d = 18 \Rightarrow 4d = 8 \Rightarrow d = 2$$

۳۸۸. **الف** ابتدا تعداد جملات رو به دست میاریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{401-1}{4} + 1 = \frac{400}{4} + 1 = 101$$

حالا فرمول  $S_n$  رو می‌نویسیم و اعداد موجود رو در اون جای گذاری می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$$

$$S_{101} = \frac{101}{2} [1 + 401] = \frac{101}{2} \times 402 = 101 \times 201 = 20301$$

**ب** ابتدا تعداد جملات رو به دست میاریم:

$$n = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{d} + 1$$

$$n = \frac{13-89}{-4} + 1 = 19 + 1 = 20$$

حالا فرمول  $S_n$  رو می‌نویسیم و اعداد رو در اون جای گذاری می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [89 + 13] = 10 \times 102 = 1020$$





۴۰۲. در این دنباله حسابی، مقدار جمله اول و مقدار جمله سوم مشخصه. اول به کمک این دو جمله، اختلاف مشترک دنباله رو حساب می‌کنیم:

$$\begin{array}{l} \text{جمله سوم جمله اول} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 100, x, 60, y, z \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{جمله چهارم} \end{array} \quad \begin{cases} a_1 = 100 \\ a_3 = 60 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمله } a_3 \text{ رو باز می‌کنیم}}$$

$$a_1 + 2d = 60 \rightarrow 100 + 2d = 60 \\ \Rightarrow 2d = 60 - 100 = -40 \Rightarrow d = -20$$

y جمله چهارم این دنباله‌اس، با داشتن  $a_1$  و  $d$  مقدارش رو حساب می‌کنیم:

$$y = a_4 = a_1 + 3d \xrightarrow{\substack{a_1=100 \\ d=-20}} y = 100 + 3(-20) = 100 - 60 = 40$$

۴۰۳. ابتدا در رابطه داده‌شده، مقادیر  $a_4$  و  $a_9$  رو باز می‌کنیم:

$$a_4 + a_9 = 21 \Rightarrow (a_1 + 3d) + (a_1 + 8d) = 21 \Rightarrow 2a_1 + 11d = 21$$

حالا  $a_6$  و  $a_7$  رو باز می‌کنیم:  $a_6 + a_7 = (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) = 2a_1 + 11d$

ولی مقدار  $2a_1 + 11d$  قبلاً برابر ۲۱ شده، پس جواب نهایی ما هم ۲۱ است.

۴۰۴. اول جملات  $a_2$  و  $a_{13}$  رو باز می‌کنیم:

$$a_2 + a_{13} = 50 \Rightarrow (a_1 + d) + (a_1 + 12d) = 50 \Rightarrow 2a_1 + 13d = 50$$

حالا اگر تمام جملات عبارت بالا رو به ۲ تقسیم کنیم، داریم:

$$2a_1 + 13d = 50 \xrightarrow{\div 2} a_1 + 6.5d = 25$$

از ما  $a_8$  خواسته شده ولی می‌دونیم  $a_8$  برابر  $a_1 + 7d$  هست که الان دیدیم برابر با ۲۵ هست.

۴۰۵. اعداد  $x+5, 2x, 2x-1$  سه جمله متوالی به دنباله حسابی هستن:

$$a, b, c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2} \quad \text{پس داریم:}$$

$$2x = \frac{(x+5) + (2x-1)}{2} \Rightarrow 2x = \frac{3x+4}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4x = 3x+4 \Rightarrow 4x-3x = 4 \Rightarrow x = 4$$

حالا به کمک  $x$ ، مقدار جملات اول و دوم (یعنی  $2x$  و  $x+5$ ) رو حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x+5 = 4+5 = 9 \Rightarrow a_1 = 9 \\ 2x = 2 \times 4 = 8 \Rightarrow a_2 = 8 \end{cases}$$

می‌دونیم  $d = a_2 - a_1$ ، پس اختلاف مشترک برابر همیشه با:

$$d = a_2 - a_1 = 8 - 9 = -1$$

y در این دنباله حسابی، جمله چهارم محسوب میشه، پس به راحتی به دستش می‌اریم:

$$y = a_4 = a_1 + 3d = 9 + 3(-1) = 9 - 3 = 6$$

۴۰۶. مجموع جملات دوم و چهاردهم برابر ۲۴ است:

$$a_2 + a_{14} = 24 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 13d = 24 \Rightarrow 2a_1 + 14d = 24$$

حالا مجموع پانزده جمله اول رو به دست می‌اریم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{n=15} S_{15} = \frac{15}{2} [2a_1 + 14d]$$

$$= \frac{15}{2} \times 24 = 15 \times 12 = 180$$

۴۰۷. الف) با داشتن  $a_1$  و  $d$  همیشه جمله عمومی دنباله رو نوشت:

$$d = 26 - 21 = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 21 + (n-1)(5) = 5n + 16$$

ب) می‌دونیم شکل کلی رابطه بازگشتی در دنباله حسابی به صورت

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + d \\ a_1 = 21 \end{cases} \quad \text{پس داریم:}$$

ج) کافیه جمله بیست و پنجم رو باز کنیم:

$$a_{25} = a_1 + 24d = 21 + 24(5) = 141$$

$$141$$

۳۹۵. چون دنباله صعودیه، جمله اول برابر ۲ هست حالا اختلاف مشترک رو به دست می‌اریم: (در فرمول زیر،  $k$  تعداد واسطه‌هاست.) جمله اول جمله آخر

$$d = \frac{b-a}{k+1} = \frac{22-2}{4+1} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\begin{array}{ccccccc} & +4 & +4 & +4 & +4 & & \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & & & \\ 2, & 6, & 10, & 14, & 18, & 22 \end{array}$$

۳۹۶. الف) با توجه به شکل داریم:

$$a_2 = 12, a_7 = 8, a_1 = 3$$

$$d = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)(5) = 3 + 5n - 5 = 5n - 2$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 3 + 19(5) = 148$$

۳۹۷. الف)  $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{15} = 3 + 14 \times 6 = 87$

$$S_{10} = \frac{10[(2 \times 3) + (9 \times 6)]}{2} = 5(6 + 54) = (5 \times 60) = 300$$

۳۹۸. الف)  $a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 10, a_4 = 17$

$$\begin{cases} a_1 = 10 \\ a_{n+1} = a_n + 7 \end{cases}$$

۳۹۹. اولین عدد طبیعی که بر ۷ بخش پذیره خود ۷ هست، بعدی ۱۴ و بعدی

۲۱ و ... حالا باید ببینیم آخرین عدد قبل ۱۰۰ که بر ۷ بخش پذیره چه عددی

هست؟ ۱۰۰ رو به ۷ تقسیم می‌کنیم عدد ۱۴/۲ به دست میاد، پس  $14 \times 7$  رو

حساب می‌کنیم که میشه ۹۸، پس داریم: ۹۸، ۲۱، ۱۴، ۷، این اعداد، تشکیل

یه دنباله حسابی با جمله اول ۷، جمله آخر ۹۸ و اختلاف مشترک ۷ رو مین.

اکنون برای به دست آوردن تعدادشون میشه از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{اختلاف مشترک}} + 1 = \frac{98-7}{7} + 1 = 13 + 1 = 14$$

۴۰۰.  $a_2 + a_4 = 20 \rightarrow (a_1 + d) + (a_1 + 3d) = 20$

$$\Rightarrow 2a_1 + 4d = 20$$

$$\begin{cases} a_2 + a_4 = 20 \rightarrow (a_1 + d) + (a_1 + 3d) = 20 \\ a_3 + a_7 = 52 \rightarrow (a_1 + 2d) + (a_1 + 6d) = 52 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 + 8d = 52$$

به دو معادله بر حسب  $a_1$  و  $d$  رسیدیم. این دو معادله رو در یک دستگاه حل

می‌کنیم تا مقدار  $d$  به دست بیاد:

$$\begin{cases} 2a_1 + 4d = 20 \xrightarrow{\times(-1)} -2a_1 - 4d = -20 \\ 2a_1 + 8d = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a_1 - 4d = -20 \\ 2a_1 + 8d = 52 \end{cases}$$

$$\hline 4d = 32 \Rightarrow d = 8$$

۴۰۱. جمله سوم رو باز می‌کنیم:  $a_3 = 20 \rightarrow a_1 + 2d = 20$

$$a_4 + a_6 = 8 \rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 5d = 8$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 8d = 8$$

به دو معادله بر حسب  $a_1$  و  $d$  رسیدیم. این دو معادله رو در یک دستگاه حل

می‌کنیم تا مقدار  $a_1$  به دست بیاد.

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{\times(-4)} -4a_1 - 8d = -80 \\ 2a_1 + 8d = 8 \xrightarrow{\text{خودش}} 2a_1 + 8d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a_1 - 8d = -80 \\ 2a_1 + 8d = 8 \end{cases}$$

$$\hline -2a_1 = -72 \Rightarrow a_1 = \frac{-72}{-2} = 36$$

$$141$$





$$\frac{x^6 \times 14^2}{2^8} = 7^8 \Rightarrow x^6 \times 14^2 = 7^8 \times 2^8$$

(+۲۵)

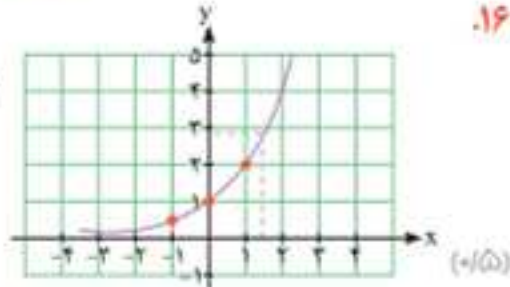
$$x^6 \times 14^2 = 14^8 \Rightarrow x^6 = 14^6 \Rightarrow x = 14$$

(+۲۵)

الف  $\sqrt[3]{13^5}$  (+۲۵)

ب  $17\frac{2}{3}$  (+۲۵)

الف  $\begin{array}{c|c|c|c} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & \frac{1}{2} & 1 & 2 \end{array}$  (+۲۵)



ب عددی بین ۲ و ۳ یا عددی نزدیک به ۳ (که روی نمودار مشخص کرد نمره کامل داده شود)

$$f(t) = c(1-r)^t$$

$$4,000,000(1-0.01)^t = 4,000,000 \times (0.99)^t = 39,204,000$$

(+۲۵)

**پاسخ آزمون شماره «۶» نوبت دوم / خرداد ۱۴۰۲**

۱. الف نادرست (+۲۵)  
توضیح: تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر با  $\binom{n}{r}$

لذا داریم:  $\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$

ب درست (+۲۵) ج درست (+۲۵) د نادرست:  $a \times a = a^2$  برابر همیشه. (+۲۵)

توضیح: جرم اولیه را x فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$x \xrightarrow{\text{بعد از گذشت نیم ساعت}} ax \xrightarrow{\text{بعد از گذشت نیم ساعت}} \frac{a(ax)}{a^2 \cdot x}$$

پس در نهایت جرم باکتری‌ها  $a^2$  برابر همیشه.

۲. الف حتمی (+۲۵) ب ثابت (+۲۵) ج  $\sqrt[3]{10}, -\sqrt[3]{10}$  (+۲۵)

۳. الف گزینه ۴ (+۲۵)

ب گزینه ۱ (+۲۵)

توضیح:  $IQR = Q_3 - Q_1 \Rightarrow 11 = Q_3 - 2 \Rightarrow Q_3 = 11 + 2 = 14$

ج گزینه ۱ (+۲۵)

توضیح: باید حاصل تمام کسرهای  $\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}$  و ... با هم برابر باشند:

$$3, 6, 12, \dots \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{3} = 2 \\ \frac{12}{6} = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{دنباله هندسی است.}$$

$$8, 4, 2, \dots \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{دنباله هندسی است.}$$

۱۴

الف  $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$  (+۲۵)

ب  $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$  (+۲۵)

۱۵

A = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)} (+۲۵)

B = {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)} (+۲۵)

$A \cap B = \{(4,4)\}$  (+۲۵)  $\Rightarrow$  ناسازگار نیستند (+۲۵)

۱۶

$$\frac{\binom{7}{0}\binom{5}{3} + \binom{7}{1}\binom{5}{2} + \binom{7}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{10 + 21 + 7}{220} = \frac{37}{44}$$

(+۲۵)

۶. روش اول:

روش دوم:

A هر ۳ مهره قرمز: متمم A  $\Rightarrow \frac{\binom{7}{3}\binom{5}{0}}{\binom{12}{3}} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$

$P(A) = 1 - \frac{7}{44} = \frac{37}{44}$  (+۲۵)

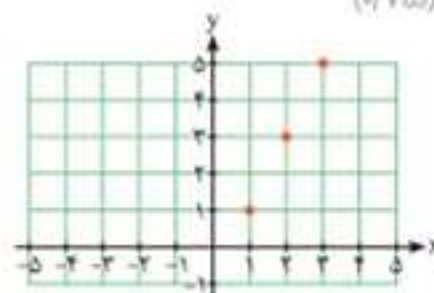
۷.

۸. نمی توان نظری داد، چون گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد. (+۲۵)

۹. الف  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5$  (صورتکته یا صاعد) (+۲۵)

ب  $a_{n+1} = a_n + 2, a_1 = 1$  (+۲۵)

ج (صورتکته) (+۲۵)



$a_{10} = a_1 + 9d = 22$  (+۲۵)

$9d = 21 \Rightarrow d = 3$  (+۲۵)

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}[2(1) + 9(3)] = 670$

(+۲۵)

۱۱.  $b_r - a_r + c_r = 2(2)^r + 1 - \frac{2(2)^r - 1}{2+1} + (-\frac{1}{2})^{r-1}$

$\Rightarrow 19 - 1 + \frac{1}{4} = \frac{73}{4}$  یا  $18\frac{1}{4}$

(+۲۵)

$x^2 = (x-1)(x+3)$  (+۲۵)

$x^2 = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$  (+۲۵)

۱۳. روش اول: (فرمول):

$a_n = \frac{1}{27}(3)^{n-1} \Rightarrow \frac{a_8}{a_7} = \frac{\frac{1}{27} \times 3^7}{\frac{1}{27} \times 3^6} = \frac{3^7}{3^6} = 3$  (+۲۵)

روش دوم:

$\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, 81 \Rightarrow \frac{a_8}{a_7} = \frac{81}{27} = 3$  (+۲۵)





۸.  $\xrightarrow{n=1} a_1 = a_1 + a_1 + a_1 = 1+1+1=3$  (۱/۵)

$\xrightarrow{n=2} a_2 = a_1 + a_1 + a_1 = 1+1+1=3$  (۱/۵)

۱, ۳, ۵, ... (۱/۵) ۹.

یک دنباله حسابی با  $d=2$  داریم  $\rightarrow a_n = a + (n-1)d$

$= 1 + (n-1) \times 2 \Rightarrow a_n = 2n - 1$  (۱/۵)

۱۰. روش اول: جملات یازدهم و هفدهم رو باز می کنیم و دستگاه

حاصل رو حل می کنیم:  $\begin{cases} a_1 + 10d = 47 \\ a_1 + 16d = 77 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 10d = -47 \\ a_1 + 16d = 77 \end{cases}$

جای گذاری در یکی از معادلات  $\rightarrow a_1 = -3$  (۱/۵)  $6d = 30 \Rightarrow d = 5$  (۱/۵)

روش دوم:  $d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{77 - 47}{17 - 11} = \frac{30}{6} = 5$  (۱/۵)

$\Rightarrow 47 = a_1 + 10 \times 5 \Rightarrow a_1 = -3$  (۱/۵)

۱۱. با توجه به دنباله داده شده متوجه می شیم که  $a_1 = 2$  و  $d = 3$ .

الف) در فرمول جمله عمومی دنباله حسابی  $(a_n = a + (n-1)d)$  به جای  $a_n$  عدد ۹۵ رو قرار می دیم تا  $n$  به دست بیاد:

$a_n = 95 \Rightarrow 2 + (n-1) \times 3 = 95$  (۱/۵)

$\Rightarrow 3n - 3 = 93 \Rightarrow n = 32$  (۱/۵)

ب) روش اول:  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$

$\Rightarrow S_{32} = \frac{32}{2} [2 \times 2 + (32-1) \times 3] = 2420$  (۱/۵)

(۱/۵)

روش دوم: می تونیم جمله آخر یعنی جمله چهارم رو پیدا کنیم و سپس

از فرمول  $S_n = \frac{n}{2} (a + a_n)$  استفاده کنیم:

$a_{32} = a + 31d = 2 + 31(3) = 119$  (۱/۵)

$\Rightarrow S_{32} = \frac{32}{2} (2 + 119) = 2420$  (۱/۵)

۱۲. ابتدا نسبت مشترک رو به دست میاریم:

$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{5}{1} = 5$

الف) حالا از فرمول  $a_n = ar^{n-1}$  استفاده می کنیم:

$a_n = 1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$  (۱/۵)

ب)  $a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n$  یا  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{5}$  (۱/۵)

۱۳. از فرمول  $b^2 = ac$  استفاده می کنیم تا مقادیر  $x$  به دست بیاد:

$(x-3)(x+5) = 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$  (۱/۵)

$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x+6)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -6 \end{cases}$  (۱/۵)

$x = 4$  قابل قبول است. (۱/۵)

با جای گذاری  $x = 4$  و  $x = -6$  در جملات متوجه می شیم که فقط  $x = 4$  قابل قبول هست.

دنباله هندسی نیست.  $\Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \end{cases}$   $\rightarrow 4, 8, 12, \dots$

دنباله هندسی است.  $\Rightarrow \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \\ \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{cases}$   $\rightarrow 2, 2\sqrt{2}, 4$

پس فقط یک دنباله هندسی نبود.

د) گزینه ۲ (۱/۵)

در سمت چپ تساوی، تمام پایه ها مساوی هستن و بین اون ها علامت ضرب وجود داره پس توان هاشون رو با هم جمع می کنیم:

$(0.27)^{2+5+x+1} = (0.27)^{15} \xrightarrow{\text{پایه ها رو خط می زنیم}} x + 8 = 15$

$\Rightarrow x = 15 - 8 = 7$

۴. توضیح: یکان باید زوج باشه یعنی از بین ارقام ۲, ۴, ۸ انتخاب میشه، یعنی برای یکان ۳ حالت وجود داره، بعدش به سراغ صدگان می ریم ولی باید توجه کنید که یکی از ارقام ۲, ۴ یا ۸ رو که در خونه قبلی استفاده شده باید خط بزیم که ۵ رقم باقی می مونن و در نهایت برای دهگان ۴ حالت داریم.

| صدگان | دهگان | یکان |
|-------|-------|------|
| ۵     | ۴     | ۲    |
| ۴     | ۲     | ۴    |
| ۲     | ۲     | ۴    |
| ۷     | ۷     | ۸    |
| ۸     | ۸     | ۸    |

$\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 = 60$  (۱/۵)

۵. الف)  $A = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$  (۱/۵)

ب) تهی یا  $\emptyset$  یا  $\{\}$  (۱/۵)

۶. الف) ابتدا فضای نمونه رو به دست میاریم:

$n(S) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84$  (۱/۵)

حداقل ۴ نفر باید فوتبالیست باشن، یعنی ۴ نفر یا ۵ نفر، لذا داریم:

$P(A) = \frac{\binom{5}{4} \binom{4}{2} + \binom{5}{5} \binom{4}{1}}{\binom{9}{6}} = \frac{30 + 4}{84} = \frac{34}{84}$  (۱/۵)

ب) به تعداد مساوی یعنی باید ۳ فوتبالیست و ۳ والیبالیست انتخاب بشن:

$P(B) = \frac{\binom{5}{3} \binom{4}{3}}{\binom{9}{6}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{40}{84}$  (۱/۵)

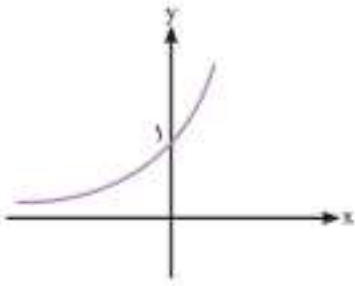
۷.  $a_1 = \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$  (۱/۵)  $b_2 = (2)^2 + 1 = 5$  (۱/۵)

عبارت خواسته شده  $-\frac{1}{2} + 10 = \frac{-1 + 20}{2} = \frac{19}{2}$  (۱/۵)





۱۷. رسم نمودار (۱/۵) و تعیین درصت محل برطور منصفی با محور عرض ها (۱/۲۵)



عدد  $\frac{3}{4}$  از ۱ بزرگ تره پس نمودار  $y = (\frac{3}{4})^x$  افزایشی ست و به صورت مقابل خواهد بود:

۱۸. جمعیت در حال کم شدن هست، پس از فرمول زوال استفاده می کنیم:

$$f(t) = c(1-r)^t = 2 \dots \dots \dots (1 - 0.02)^t$$

$$2 \dots \dots \dots (0.98) = 196 \dots \dots$$

۱۴. الف ابتدا جمله نهم رو باز کرده و به جای a و r مقادیرشون رو قرار می دیم:

$$a_9 = 6(2)^{9-1} = 6 \times 2^8 = 1536$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \Rightarrow S_9 = \frac{6(2^9 - 1)}{2 - 1} = 6 \times 1.023 = 6138$$

$$\sqrt[3]{27}$$

$$(3/5)^{2/3}$$

$$(a^r \cdot b^r)^r \cdot (a^s)^r = a^{r \cdot r} \cdot b^{r \cdot r} \times a^{s \cdot r} \\ = (a^r \cdot b^r) a^r = a^r b^r = (ab)^r$$

