

فصل ۱: منطق (یازدهم)

۸۴	۷	جامع فصل (استاندارد)	۱
۸۵	۸	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۲

فصل ۲: مجموعه (دهم و یازدهم)

۸۷	۱۰	مفاهیم مقدماتی	۳
۸۹	۱۰	زیرمجموعه	۴
۹۰	۱۱	جبر مجموعه‌ها - ضرب دکارتی (آزمون اول)	۵
۹۱	۱۲	جبر مجموعه‌ها - ضرب دکارتی (آزمون دوم)	۶
۹۲	۱۳	جامع فصل (استاندارد)	۷
۹۴	۱۴	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۸

فصل ۳: شمارش (دهم)

۹۶	۱۶	اصل ضرب و جمع	۹
۹۷	۱۷	جایگشت	۱۰
۹۸	۱۷	ترکیب	۱۱
۹۹	۱۸	جامع فصل (استاندارد)	۱۲
۱۰۱	۱۹	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۱۳

فصل ۴: احتمال (یازدهم)

۱۰۲	۲۱	پیشامد - احتمال هم‌شانسی (آزمون اول)	۱۴
۱۰۴	۲۲	پیشامد - احتمال هم‌شانسی (آزمون دوم)	۱۵
۱۰۵	۲۳	احتمال غیرهم‌شانسی	۱۶
۱۰۶	۲۴	احتمال شرطی (آزمون اول)	۱۷
۱۰۸	۲۵	احتمال شرطی (آزمون دوم)	۱۸
۱۱۰	۲۶	پیشامدهای مستقل و وابسته	۱۹
۱۱۱	۲۶	جامع فصل (استاندارد)	۲۰
۱۱۳	۲۸	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۲۱

فصل ۵: آمار (یازدهم)

۱۱۵	۳۰	جدول‌های فراوانی	۲۲
۱۱۶	۳۱	معیارهای گرایش به مرکز (آزمون اول)	۲۳
۱۱۸	۳۲	معیارهای گرایش به مرکز (آزمون دوم)	۲۴
۱۱۹	۳۳	معیارهای پراکندگی (آزمون اول)	۲۵
۱۲۰	۳۴	معیارهای پراکندگی (آزمون دوم)	۲۶
۱۲۱	۳۴	روش‌های جمع‌آوری اطلاعات	۲۷
۱۲۲	۳۵	برآورد	۲۸
۱۲۳	۳۶	جامع فصل (استاندارد)	۲۹
۱۲۵	۳۸	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۳۰

فصل ۶: استدلال (دوازدهم)

۱۲۷	۴۰	جامع فصل (استاندارد)	۳۱
۱۲۹	۴۱	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۳۲

۱۳۱	۴۳	عاد کردن	۳۳
۱۳۲	۴۳	قضیه تقسیم	۳۴
۱۳۳	۴۴	افراز و ب.م.م	۳۵
۱۳۴	۴۵	هم‌نهشتی (آزمون اول)	۳۶
۱۳۵	۴۵	هم‌نهشتی (آزمون دوم)	۳۷
۱۳۶	۴۶	کاربردهای هم‌نهشتی	۳۸
۱۳۸	۴۶	حل معادله‌های هم‌نهشتی (آزمون اول)	۳۹
۱۳۹	۴۷	حل معادله‌های هم‌نهشتی (آزمون دوم)	۴۰
۱۴۰	۴۸	جامع فصل (استاندارد)	۴۱
۱۴۲	۴۹	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۴۲

فصل ۷: نظریه اعداد (دوازدهم)

۱۴۳	۵۰	درجه‌های گراف	۴۳
۱۴۴	۵۱	گراف منتظم - کامل	۴۴
۱۴۵	۵۱	زیرگراف - گراف مکمل	۴۵
۱۴۶	۵۲	مسیر - دور	۴۶
۱۴۷	۵۳	احاطه‌گری (آزمون اول)	۴۷
۱۴۸	۵۴	احاطه‌گری (آزمون دوم)	۴۸
۱۴۹	۵۵	جامع فصل (استاندارد)	۴۹
۱۵۱	۵۶	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۵۰

فصل ۸: گراف (دوازدهم)

۱۵۳	۵۸	جایگشت با تکرار	۵۱
۱۵۴	۵۸	حل معادله سیاله خطی	۵۲
۱۵۵	۵۹	مربع لاتین	۵۳
۱۵۶	۶۰	اصل شمول	۵۴
۱۵۸	۶۱	اصل لانه کبوتری	۵۵
۱۵۹	۶۲	جامع فصل (استاندارد)	۵۶
۱۶۱	۶۳	جامع فصل (به سوی ۱۰۰)	۵۷

فصل ۹: ترکیبیات (دوازدهم)

۱۶۳	۶۵	جامع دهم و یازدهم	۵۸
۱۶۶	۶۶	نیم‌سال اول دوازدهم	۵۹
۱۶۸	۶۸	نیم‌سال دوم دوازدهم	۶۰
۱۷۰	۶۹	جامع دوازدهم	۶۱
۱۷۳	۷۱	جامع (آزمون اول)	۶۲
۱۷۵	۷۲	جامع (آزمون دوم)	۶۳
۱۷۸	۷۴	جامع (آزمون سوم)	۶۴
۱۸۱	۷۶	جامع (آزمون چهارم)	۶۵
۱۸۳	۷۷	جامع (آزمون پنجم)	۶۶

فصل ۱۰: آزمون‌های جامع

پاسخ‌نامه کلیدی



۴۱۱- عدد $18 + 27^{100}$ به کدام دسته هم‌نهشتی تعلق دارد؟

- (۱) $[0]_{13}$ (۲) $[3]_{13}$ (۳) $[6]_{13}$ (۴) $[9]_{13}$

۴۱۲- باقی‌مانده تقسیم عدد $\frac{47!}{47!} + \frac{47!}{3!} + \frac{47!}{2!} + \frac{47!}{1!} + \dots$ بر ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۴۱۳- باقی‌مانده تقسیم عدد $1 - 3^{50}$ بر ۳۰ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۳ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۱۴- به ازای کدام دسته از اعداد طبیعی n ، عدد $11 + 7^{3n+1} + 7^{9n+3}$ بر ۱۹ بخش پذیر است؟

- (۱) فقط nهای فرد (۲) فقط nهای زوج (۳) کل اعداد طبیعی (۴) فقط مضارب ۳

۴۱۵- اگر $114a \equiv 84b \pmod{15}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $a \equiv b \pmod{15}$ (۲) $4a \equiv b \pmod{15}$ (۳) $4a \equiv b \pmod{5}$ (۴) $a \equiv b \pmod{15}$

۴۱۶- اگر رقم یکان اعداد $13a + 6$ و $30a - 9$ مساوی باشند، رقم یکان عدد $2a^2 + 3a + 4$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۹

۴۱۷- اگر $a \equiv b \pmod{12}$ و $b \equiv c \pmod{18}$ آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $a \equiv c \pmod{12}$ (۲) $a \equiv c \pmod{9}$ (۳) $a \equiv c \pmod{6}$ (۴) $a \equiv c \pmod{4}$

۴۱۸- هر عدد صحیح مثل k ، دقیقاً در یکی از رابطه‌های $k \equiv 6, \dots, k \equiv 1, k \equiv 0 \pmod{m}$ صدق می‌کند. عدد $2000^4 + 1000^3$ به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانۀ m قرار می‌گیرد؟

- (۱) $[0]$ (۲) $[1]$ (۳) $[3]$ (۴) $[6]$

۴۱۹- از رابطه هم‌نهشتی $6x \equiv 21 \pmod{9}$ کدام گزینه نتیجه می‌شود؟

- (۱) $3 \mid 2x + 5$ (۲) $9 \mid 2x + 2$ (۳) $9 \mid 2x + 7$ (۴) $3 \mid 2x - 2$

۴۲۰- اگر عدد $a + 7^{15}$ بر ۲۳ بخش پذیر باشد، کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۶۱- اگر $a^2 - b^2 \mid a$ کدام گزینه نتیجه نمی‌شود؟

(۱) $a - b \mid b^2$ (۲) $a + b \mid ab$ (۳) $a^2 - b^2 \mid a^2$ (۴) $a + b \mid a - b$

۴۶۲- اگر $d > 1$ و $(a, b) = d \mid a^2 + b^2 + 13$ آن‌گاه $a - b$ برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) ۶۵ (۲) ۴۹ (۳) ۳۶ (۴) ۲۳

۴۶۳- اگر a و b دو عدد طبیعی باشند که $[a, b] = a$ ، حاصل (a, b) کدام است؟

(۱) ۱ (۲) a (۳) b (۴) $\frac{a}{b}$

۴۶۴- اگر باقی‌مانده تقسیم دو عدد m و n بر ۱۵ به ترتیب برابر ۱۱ و ۷ باشد، باقی‌مانده تقسیم $m - 2n$ بر ۵ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۶۵- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه برابر ۳۰ و باقی‌مانده برابر ۱۴ است. حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم اضافه کرد به طوری که در تقسیم بر ۳۰،

خارج قسمت تغییر نکند؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۷ (۴) ۱۴

۴۶۶- اگر a عددی فرد و $a + 2$ بر b بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم $a^2 + b^2 + 1$ بر ۸ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۶۷- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی n ، دو عدد $1 - 5n$ و $3 + 2n$ نسبت به هم اول‌اند؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸۵ (۴) ۸۶

۴۶۸- سه عدد ۷۰، ۱۳۵ و ۲۲۶ به یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه m تعلق دارند. m کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۴۶۹- عدد $a + 9^{117}$ بر ۲۶ بخش‌پذیر است. کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۴ (۳) ۲۳ (۴) ۲۱

۴۷۰- اگر ۱۷ آذر در یک سال جمعه باشد، اولین دوشنبه در ماه خرداد در کدام روز است؟

(۱) اول خرداد (۲) ۴ خرداد (۳) ۵ خرداد (۴) ۶ خرداد

۴۷۱- به ازای چند عدد دورقمی n ، عدد $27 + 3^n$ مضرب ۲۸ است؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۴۷۲- اگر $a \in [15]_{24}$ و $b \in [7]_{16}$ باشد، $a + b$ عضو کدام مجموعه است؟

(۱) $[3]_{11}$ (۲) $[4]_{11}$ (۳) $[5]_{11}$ (۴) $[6]_{11}$

۴۷۳- اگر دو عدد $85a$ و $6b4$ به یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه ۹ تعلق داشته باشند، آن‌گاه عدد $4b32a$ به کدام کلاس هم‌نهشتی زیر تعلق دارد؟

(۱) $[3]_{11}$ (۲) $[5]_{11}$ یا $[2]_{11}$ (۳) $[6]_{11}$ یا $[0]_{11}$ (۴) $[2]_{11}$ یا $[0]_{11}$

۴۷۴- کوچک‌ترین جواب دورقمی معادله $53x \equiv 11 \pmod{7}$ کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴) ۱۳



۴۷۵- اگر x و y در معادله سیاله خطی $54x + 21y = 15$ صدق کنند، باقی مانده تقسیم عدد x بر 7 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

• نوع آزمون: به سوی ۱۰۰

• موضوع: جامع فصل



• ۱۵ تست در ۲۳ دقیقه

• صفحه کتاب درسی: ۹ تا ۳۰ ریاضیات گسسته

۴۷۶- a و b دو عدد طبیعی هستند. اگر $a + b \mid ab$ ، چند مقدار طبیعی برای a وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۴۷۷- اگر $a \mid 4k + 1$ و $b \mid 6k' + 5$ ، باقی مانده تقسیم عدد $1 + a^2 b^2$ بر 8 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۴۷۸- در تقسیم a بر 153 ، خارج قسمت برابر 76 شده است. اگر $2a + 1$ مضرب 15 باشد، رقم یکان کوچک ترین عدد a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۹

۴۷۹- a و b نسبت به هم اول اند. ب.م.م دو عدد $2b + 3a$ و $2a + b$ کدام است؟

- (۱) فقط ۱ (۲) ۱ یا ۳ (۳) ۳ (۴) ۵

۴۸۰- اگر a و b دو عدد فرد متمایز باشند، کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $a^2 - b^2 \mid 4$ (۲) $a - b \mid 2$ (۳) $a^2 + b^2 \mid 4$ (۴) $a + b \mid 2$

۴۸۱- بزرگ ترین جواب دورقمی معادله $3^{14x-2} \equiv 1 \pmod{28}$ کدام است؟

- (۱) ۹۵ (۲) ۹۶ (۳) ۹۷ (۴) ۹۸

۴۸۲- باقی مانده تقسیم اعداد طبیعی a و $7a$ بر عدد طبیعی b ، به ترتیب برابر 17 و 25 است. b کدام است؟

- (۱) ۳ و ۴۲ و ۸۴ (۲) فقط ۴۲ (۳) ۸۴ یا ۴۲ (۴) فقط ۸۴

۴۸۳- به ازای هر عدد طبیعی n که $n \leq t$ است، دو عدد $5n - 3$ و $7n + 2$ نسبت به هم اول اند. بیشترین مقدار t کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۴۳ (۴) ۴۴

۴۸۴- اعداد مجموعه $\{7^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ را بر 43 تقسیم می کنیم. اگر اعدادی را که هم باقی مانده هستند، در یک زیرمجموعه در نظر بگیریم، این مجموعه به چند زیرمجموعه افراز می شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۴۸۵- به ازای کدام مقدار a ، عبارت $9^{57} - 7^{57} - a^{57}$ بر عدد 63 بخش پذیر نیست؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۵۷ (۳) ۷۹ (۴) ۱۳۰

۴۸۶- به ازای چند عدد m از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ ، جواب های دو معادله $9x \equiv 2 \pmod{3}$ و $x \equiv 2 \pmod{9}$ یکسان است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴۸۷- دو رقم سمت راست $100! + 99! + 98! + \dots + 4! + 3! + 2!$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۶ (۳) ۶۶ (۴) ۸۶

۴۸۸- دو عدد n و m نسبت به هم اول اند. معادله $(m+n)x + (m-n)y = 4$ در چه صورتی جواب دارد؟

- (۱) فقط n و m فرد (۲) به ازای هر n و m صحیح (۳) فقط m زوج و n فرد (۴) فقط n و m های زوج

۴۸۹- معادله $23x + 13y = 7$ چند جواب صحیح دارد، به طوری که $x, y \in [-100, 100]$ ؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۴

۴۹۰- مجموع ارقام بزرگ ترین عدد دورقمی x که سیزده برابر آن منهای 11 بر 9 بخش پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶



۷۴۱- ارزش گزاره $(p \Rightarrow r) \wedge q$ در چند حالت درست است؟

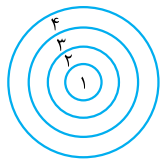
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۷۴۲- مجموعه $[A \cup (B' \cup A)] \cap [(A' - B) \cap (A \cup B)]$ برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $A \cap B$ (۴) \emptyset

۷۴۳- درون یک سی‌دی ۳ آهنگ مختلف از خواننده A، ۲ آهنگ مختلف از خواننده B و یک آهنگ از خواننده C وجود دارد. اگر آهنگ‌ها به صورت تصادفی پخش شوند، با کدام احتمال آهنگ‌های هر خواننده، پشت سر هم پخش می‌شود؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{10}$



۷۴۴- در پرتاب یک دارت به صفحه دایره‌ای شکل مقابل، احتمال اصابت دارت به ناحیه kام، برابر $x(2k - 1)$ است. احتمال آن که در دو پرتاب پشت سر هم، ۳ امتیاز بگیریم چه قدر است؟ (شماره هر ناحیه، امتیاز آن ناحیه را نشان می‌دهد. از احتمال عدم برخورد و برخورد بین دو ناحیه صرف نظر می‌کنیم.)

- (۱) $\frac{3}{256}$ (۲) $\frac{3}{128}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۷۴۵- در ظرف A، ۵ مهره آبی و ۵ مهره قرمز و در ظرف B، ۳ مهره آبی و ۷ مهره قرمز موجود است. از ظرف A، سه مهره و از ظرف B، ۲ مهره خارج کرده و در ظرف C قرار می‌دهیم. اگر مهره خارج شده از ظرف C آبی باشد با کدام احتمال این مهره آبی از ظرف B درون C قرار داده شده است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۷۴۶- یک نمودار دایره‌ای مربوط به ۹۰ داده، به سه ناحیه A، B و C تقسیم شده است. اگر زاویه B دو برابر زاویه A و زاویه C، سه برابر زاویه B باشد. فراوانی مطلق دسته B چه قدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۷۴۷- ضرب تغییرات داده‌های درون جعبه در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۴۸، ۳۵، ۲۱، ۱۹، ۱۵، ۱۲، ۳، ۲، ۱ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{20}{7}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{7}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{7}$

۷۴۸- در یک جامعه انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه‌های ۱۰۰ تایی برابر $\frac{25}{100}$ است. میانگین یک نمونه تصادفی ۱۰۰ عضوی برابر ۳۰ شده است. میانگین این جامعه با اطمینان ۹۵٪ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $[29, 31]$ (۲) $[28/5, 31/5]$ (۳) $[29/5, 30/5]$ (۴) $[29/0.5, 30/0.5]$

۷۴۹- برای اثبات گزاره زیر از روش استفاده می‌کنیم.

«اگر P عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد باقی‌مانده P^2 بر ۱۲ برابر یک است»

(۱) درستی - در نظر گرفتن همه حالت‌ها

(۲) درستی - اثبات مستقیم

(۳) نادرستی - مثال نقض

(۴) نادرستی - غیرمستقیم

۷۵۰- اگر $18^{2n-1} \mid 27^{n+1}$ و $54^3 \mid 6^{m-1}$ باشد کدام گزینه درست است؟

(۱) $\min(n) + \max(m) = 15$

(۲) $\min(n) + \max(m) = 9$

(۳) $\max(n) + \min(m) = 15$

(۴) $\max(n) + \min(m) = 9$

۷۵۱- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی n بر ۲۹ برابر ۱۷ است. اگر این عدد مضرب ۱۳ باشد مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی n کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۳

۷۵۲- باقی‌مانده تقسیم عدد $(6! - 1)(6! + 1)$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۹

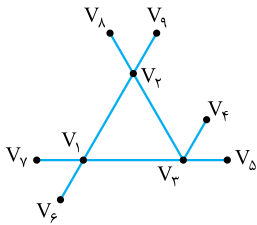
۷۵۳- اگر $6a2b \in [6]_{11}$ باشد، عدد چهاررقمی $6a2b$ عضو کدام دسته نمی تواند باشد؟

- (۱) $[2]_9$ (۲) $[4]_9$ (۳) $[4]_3$ (۴) $[7]_6$

۷۵۴- گراف G دارای ۳ رأس از درجه ۴ و ۷ رأس از درجه ۲ است. اگر گراف دارای ۱۵ یال باشد گراف چند رأس از درجه ۱ دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۱ یا ۲ (۴) ۱ یا ۴

۷۵۵- H زیرگرافی از گراف مقابل است. اگر $V(H)$ یک γ -مجموعه باشد، H به چند صورت می تواند باشد؟



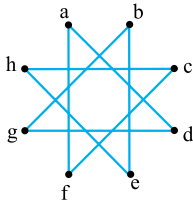
- (۱) ۱

- (۲) ۴

- (۳) ۸

- (۴) بستگی به γ -مجموعه دارد.

۷۵۶- مجموعه احاطه گر مینیمال گراف مقابل حداکثر چند عضو دارد؟



- (۱) ۳

- (۲) ۴

- (۳) ۵

- (۴) ۶

۷۵۷- نامعادله $x + y + z + w \leq 7$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۱۶۵ (۳) ۳۳۰ (۴) ۷۷۰

۷۵۸- اعداد ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳، ۳ را به تصادف درون یک مربع 3×3 قرار می دهیم. با کدام احتمال مربع به دست آمده مربع لاتین است؟

- (۱) $\frac{1}{105}$ (۲) $\frac{1}{140}$ (۳) $\frac{1}{280}$ (۴) $\frac{12}{9!}$

۷۵۹- تعداد تابع های غیریک به یک از مجموعه $\{1, 2, 3\}$ به $\{1, 2, 3, \dots, 6\}$ برابر با کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۵۴۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۹۶

۷۶۰- حداقل چند تابع f از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ بسازیم تا مطمئن باشیم در بین آن ها ۳ تابع که $R_f = B$ باشد

وجود دارد؟

- (۱) ۳۷ (۲) ۳۹ (۳) ۴۸ (۴) ۷۳

آزمون ۳۶

۴۱۱- گزینه ۳ به گزینه‌ها دقت کنید! آن ۱۳ نشان می‌دهد که هم‌نهبستی به پیمانه ۱۳ است. حالا سعی می‌کنیم عدد داده شده را بسازیم:

$$۲۷ \equiv ۱ \xrightarrow{\text{توان } ۱۰۰} ۲۷^{۱۰۰} \equiv ۱ \xrightarrow{+۱۸} ۲۷^{۱۰۰} + ۱۸ \equiv ۱۹ \equiv ۶$$

پس باقی‌مانده بر ۱۳ برابر ۶ است، یعنی عدد داده شده به $[۶]_{۱۳}$ تعلق دارد.

۴۱۲- گزینه ۲ یادتان باشد در تست‌هایی که شلوغ‌پلوغ است یک

کاسه‌ای زیر نیم‌کاسه است، طوری که اگر نکته آن را بفهمید مسئله خیلی ساده می‌شود. من می‌گویم در دلی $\frac{۴۷!}{۱!}$ و $\frac{۴۷!}{۲!}$ تا $\frac{۴۷!}{۴۳!}$ ، عدد ۴۴ که مضرب ۱۱ است وجود دارد، یعنی همه این‌ها به پیمانه ۱۱، برابر صفر می‌شوند، پس فقط می‌ماند چهارتای آخر!

$$\frac{۴۷!}{۴۴!} + \frac{۴۷!}{۴۵!} + \frac{۴۷!}{۴۶!} + \frac{۴۷!}{۴۷!}$$

$$= (۴۷ \times ۴۶ \times ۴۵) + (۴۷ \times ۴۶) + ۴۷ + ۱$$

$$\equiv (۳ \times ۲ \times ۱) + (۳ \times ۲) + ۳ + ۱ \equiv ۵$$



$$1000^3 + 2000^4 \equiv (-1)^3 + (2 \times -1)^4 \equiv 1 \pmod{15}$$

$$\Rightarrow 1000^3 + 2000^4 \in [1]_{15}$$

۴۱۹- گزینه ۱ دو طرف و پیمانه بر ۳ بخش پذیرند پس همه را به

۳ ساده می کنیم تا به $2x \equiv 7 \pmod{3}$ برسیم. حالا:

$$2x \equiv 7 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2x \equiv -5 \pmod{3} \Rightarrow 3 | 2x - (-5)$$

۴۲۰- گزینه ۲ ابتدا یک هم نهشتی اولیه می نویسیم و سپس با توان رسانی 7^{15} را می سازیم. چون باقی مانده تقسیم 7^2 بر ۲۳ برابر ۳ می شود، داریم:

$$7^2 \equiv 3 \pmod{23} \xrightarrow{\text{توان } 7} 7^{14} \equiv 3^7 \xrightarrow{\times 7} 7^{21} \equiv 3^7 \times 7$$

$$\equiv 7 \times 3^7 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \equiv 7 \times 27 \times 27 \times 3 \equiv \underbrace{7 \times 4 \times 4 \times 3}_{28} \pmod{23}$$

(توجه دارید که $27 \equiv 4$ و $28 \equiv 5$)

$$\equiv \underbrace{5 \times 4 \times 3}_{60} \equiv 14 \pmod{23}$$

بنابراین اگر $a + 7^{15}$ بر ۲۳ بخش پذیر باشد، داریم:

$$7^{15} + a \equiv 14 + a \equiv 0 \pmod{23}$$

کوچک ترین مقدار a برابر ۹ به دست می آید.

۴۱۳- گزینه ۲ فکر می کنیم موافق باشیم که 3^3 شروع خوبی

می تواند باشد چون $3^3 \equiv -3 \pmod{30}$ می شود. دو طرف را به توان ۱۶

برسانیم می شود:

$$3^{48} \equiv (-3)^{16} = 3^{16} \pmod{30}$$

$$3^2 \equiv -3 \xrightarrow{\text{توان } 5} 3^{10} \equiv -3^5 \xrightarrow{\times 2} 3^{16} \equiv -3^6$$

پس شد:

$$3^{48} \equiv 3^{16} \equiv -3^6 \equiv -(3^2 \times 3^2 \times 3^2) \equiv -(-3 \times (-3)) = -9$$

$$\xrightarrow{\times 2} 3^{50} \equiv -9 \times 9 + 3(3^0) = 9 \xrightarrow{-1} 3^{50} - 1 \equiv 8$$

پس باقی مانده برابر ۸ می شود.

۴۱۴- گزینه ۲ اگر بتوانیم توانی از عدد ۷ پیدا کنیم که هم نهشت ۱

یا -۱ به پیمانه ۱۹ باشد خیلی خوب می شود. پس شروع به جست و جو می کنیم. ۷ و 7^2 که نمی شوند اما $11 \times 7 \equiv 1 \pmod{19}$ و $49 \times 7 \equiv 7^3 \pmod{19}$ پس:

$$7^3 \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } n} 7^{3n} \equiv 1 \xrightarrow{\times 7} 7^{3n+1} \equiv 7$$

$$\xrightarrow{\text{توان سوم}} 7^{9n+3} \equiv 7^3 \equiv 1$$

پس:

$$7^{9n+3} + 7^{3n+1} + 11 \equiv 1 + 7 + 11 \equiv 0 \pmod{19}$$

یعنی به ازای هر عدد طبیعی n ، عدد داده شده مضرب ۱۹ است.

۴۱۵- گزینه ۱ ضرایب را تا حد ممکن ساده می کنیم:

$$114a \equiv 84b \xrightarrow[\div 2]{(15, 2)=1} 57a \equiv 42b$$

$$\xrightarrow[\div 3]{(15, 3)=3} 19a \equiv 14b$$

$$\xrightarrow[\div 4]{(5, 4)=1} 19a \equiv 4b \xrightarrow[\div 4]{(5, 4)=1} a \equiv b$$

۴۱۶- گزینه ۲ رقم یکان دو عدد داده شده مساوی است؛ یعنی هر

دو به پیمانه ۱۰ هم نهشت هستند.

$$13a + 6 \equiv 30a - 9 \pmod{10} \Rightarrow 17a \equiv 15 \pmod{10} \xrightarrow{17 \equiv -3} -3a \equiv 15$$

$$\xrightarrow[\div 3]{(3, 10)=1} -a \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv -5 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{10}$$

خب پس رقم یکان a برابر ۵ است. حالا می بینیم عددی که داده در پیمانه ۱۰ چه می شود؟

$$2a^2 + 3a + 4 \equiv 2(5)^2 + 3(5) + 4 \equiv 50 + 15 + 4 \equiv 9 \pmod{10}$$

یعنی رقم یکان برابر ۹ می شود.

۴۱۷- گزینه ۲ اگر دو عدد به پیمانه m هم نهشت باشند، به پیمانه

مقسوم علیه های m هم هم نهشت هستند، پس می توانیم به جای پیمانه های ۱۲ و ۱۸ پیمانه ۶ را قرار دهیم، یعنی $a \equiv b \pmod{6}$ و $b \equiv c \pmod{6}$.

رابطه هم نهشتی ویژگی تعدی هم دارد، پس $a \equiv c \pmod{6}$.

۴۱۸- گزینه ۲ آن صفر تا ۶ که گفته همان باقی مانده های تقسیم k بر

m هستند، یعنی از آن چیزی که گفته نتیجه می شود $m = 7$ بوده است.

از طرفی $1000 \equiv 10 \pmod{7}$ و $10 \times 10 \times 10 \equiv 3 \times 3 \times 3 \equiv -1 \pmod{7}$ می شود پس:

آزمون ۴۱

۴۶۱- گزینه ۲: خوب $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ می شود پس $a-b \mid a^2 - b^2$ حالا از ویژگی تعدی عاد کردن می فهمیم $a-b \mid a$ پس $a-b \mid a - (a-b) = b$ بنابراین $a-b \mid b^2$ و $a-b \mid a$ درست است. شبیه همین $a+b \mid a^2 - b^2$ پس $a+b \mid a$ و بنابراین $a+b \mid a - (a+b) = -b$ پس $a+b \mid -b$ حالا $a+b$ هر مضرب $-b$ مثل ab را هم عاد می کند، پس $a+b \mid ab$ هم درست است. $a+b \mid ab$ هم تابلو درست است چون سمت راست هر رابطه عاد کردن را می توانیم در هر عدد صحیح دلخواه ضرب کنیم.

۴۶۲- گزینه ۱: است، پس $(a, b) = d$ و $d \mid a$ و $d \mid b$ بنابراین $d \mid a^2$ و $d \mid b^2$ حالا:

$$d \mid a^2 + b^2 + 13 \xrightarrow{\text{کم}} d \mid 13 \xrightarrow{d>1} d = 13$$

$$d \mid a^2 + b^2$$

پس $a \mid 13$ و $b \mid 13$ ، یعنی $a = 13k$ و $b = 13k'$ به دست می آید. بنابراین $a - b = 13(k - k')$ یعنی گزینه ای قبول است که مضرب ۱۳ باشد. $65 = 13 \times 5$ پس همین گزینه قبول می شود.

۴۶۳- گزینه ۲: کوچک ترین مضرب مشترک a و b برابر a شده است، پس a مضرب b است، یعنی $b \mid a$. پس b مقسوم علیه a است. بنابراین ب.م.م a و b برابر b (کوچک تره) می شود یعنی $(a, b) = b$.

۴۶۴- گزینه ۲: روش ۱: از هم نهشتی برویم:

$$\begin{aligned} m &\equiv 11 \pmod{15} \\ n &\equiv 7 \pmod{15} \end{aligned}$$

به جای پیمانه می توانیم مقسوم علیه های مثبت آن را قرار دهیم، پس:

$$\left. \begin{aligned} m &\equiv 11 \pmod{15} \\ n &\equiv 7 \pmod{15} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m - 2n \equiv 1 - (2 \times 2) \equiv 2 \pmod{-3}$$

روش ۲: رابطه های تقسیم را می نویسیم:

$$\begin{aligned} m &= 15k + 11 \\ n &= 15k' + 7 \xrightarrow{\times 2} 2n = 15(2k') + 14 \Rightarrow m - 2n \\ &= 15(k - 2k') - 3 = 15 \times 2(k - 2k') - 3 = 5q - 3 \end{aligned}$$

باقی مانده بر ۵ نمی تواند منفی باشد، پس یک بسته ۵ تایی باز می کنیم یعنی باقی مانده برابر $5 - 3 = 2$ می شود.

در واقع این کار را انجام داده ایم:

$$5q - 3 = 5(q - 1) + 5 - 3$$

۴۶۵- گزینه ۱: رابطه تقسیم را می نویسیم، بعد به دو طرف x واحد اضافه می کنیم. باقی مانده جدید برابر $14 + x$ می شود که باید از مقسوم علیه کوچک تر باشد.

$$a = 30q + 14 \xrightarrow{+x} a + x = 30q + \underbrace{14 + x}_r$$

$$\xrightarrow{0 \leq r < b} 0 \leq x + 14 < 30 \Rightarrow 0 \leq x < 16$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x_{\max} = 15$$



۴۶۶- a فرد است، پس $a+2$ هم فرد است. $a+2$ بر b بخش پذیر است پس b نمی تواند زوج باشد (چون در این صورت $a+2$ مضرب عدد زوج b بوده و زوج می شود). مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است؛ یعنی $a^2 \equiv 1$ و $b^2 \equiv 1$ داریم:

۴۶۷- فرض کنیم $d = (2n+3, 5n-1)$ باشد. پس d هر دو را عاد می کند. سمت راست را یک جوری ضرب می کنیم که بعد از ساده شدن اثری از n باقی نماند.

۴۷۱- $3^{28} + 27 \equiv 0 \pmod{3^{28}}$ پس $3^{28} - 1 \equiv 0$ و این یعنی $3^{28} \equiv 1$. باید کوچک ترین عدد n را پیدا کنیم، بعد بقیه n های قابل قبول، مضرب آن عدد می شوند. می دانیم $3^3 \equiv -1$ می شود.

۴۶۷- $d \mid 2n+3 \Rightarrow d \mid 5(2n+3) - 2(5n-1) = 17$
 $d \mid 5n-1$
 پس $d=1$ یا $d=17$ می تواند باشد. اگر قرار باشد $d=17$ باشد،

اگر این را توان دو برسانیم $3^6 \equiv 1$ ؛ یعنی کوچک ترین عدد n برابر $n=6$ می شود (فیثالت، راحت اگه هم نهشت -1 رو هم پیدا کردی توان دومش هم نهشت یک می شه و درگه کوچک تر از اون جوابی نداره!) حالا

$2n+3 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow 18n+27 \equiv n+10 \equiv 0 \pmod{17}$ پس: $17 \mid 2n+3$
 یعنی $17k = n+10$. پس اگر n اعداد دورقمی به صورت $17k-10$ باشد، ب.م.م دو عدد برابر ۱۷ می شود. به ازای $k=2, 3, \dots, 6$ (یعنی ۵ عدد) n دورقمی شده و ب.م.م برابر ۱۷ می شود پس به ازای $90-5=85$ عدد دورقمی، ب.م.م اعداد $5n-1$ و $2n+3$ برابر یک می شود.

یعنی مضارب ۶، همگی جواب های $3^{28} \equiv 1$ هستند. تعداد $15 = \left[\frac{9}{6}\right] - \left[\frac{1}{6}\right]$ عدد دورقمی مضرب ۶ داریم، پس به ازای ۱۵ عدد دورقمی n ، معادله $3^{28} \equiv 1$ برقرار می گردد.

۴۶۸- فرض کنید $135 \equiv 7 \pmod{m}$ باشد، پس $135 - 70 = 65 = 5 \times 13$ ؛ یعنی $m \mid 135 - 70 = 65$ ؛ یعنی $m \mid 135 - 135 = 0$ (مثلاً ۵ یا ۱۳). شبیه همین $m \mid 226 - 135 = 91 = 7 \times 13$ پس

۴۷۲- $a \in [15]_{24}$ یعنی $a \equiv 15 \pmod{24}$. از $a \in [7]_{16}$ هم نتیجه می شود $b \equiv 7 \pmod{16}$.

باید مقسوم علیه ۹۱ هم باشد. گزینه ای برای m قبول است که مقسوم علیه هر دو عدد ۶۵ و ۹۱ مثل ۱۳ باشد.

به گزینه ها دقت کنید پیمانه برابر ۸ است. به جای پیمانه ها یعنی ۱۶ و ۲۴ در این دو رابطه ای که به دست آوردیم می توانیم مقسوم علیه های آن ها را (یعنی ۸) هم قرار دهیم، پس:

۴۶۹- اگر بتوانیم توانی از ۹ پیدا کنیم که هم نهشت $+1$ یا -1 به پیمانه ۲۶ باشد مسئله خیلی راحت حل می شود، اما پیدا کردن چنین توانی کار حضرت فیل است! کمی صبر کنید

$a \equiv 15 \pmod{24} \Rightarrow a+b \equiv 22 \pmod{24} \Rightarrow a+b \in [6]_8$
 $b \equiv 7 \pmod{16}$

۳^{۲۶} = ۹ است. توان های ۳ چه طور؟ آفرین $3^3 \equiv 1$ می شود. حالا

۴۷۳- دو عدد $85a$ و $6b4$ به یک کلاس هم نهشتی به پیمانه ۹ تعلق دارند. پس هر دو به پیمانه ۹، هم نهشت یکدیگرند:

$3^{26} + a = 3^{234} + a = 9^{117} + a = (3^2)^{117} + a = 3^{234} + a$

با توجه به این که $b \leq 9$ و $a \leq 0$ ، نتیجه می گیریم $a-b = -3$ یا $a-b = 6$ بوده است. حالا در هم نهشتی به پیمانه ۱۱ داریم:

$3^3 \equiv 1 \xrightarrow{78} 3^{234} \equiv 1 \Rightarrow 3^{234} + a \equiv 1 + a$

$fb37a \equiv a - 2 + 3 - b + 4 \equiv a - b + 5$
 $a - b = -3 \Rightarrow a - b + 5 \equiv 2$
 $a - b = 6 \Rightarrow a - b + 5 \equiv 0$

چون گفته بخش پذیر پس $1+a \equiv 0$ ، یعنی $26 \mid 1+a$ پس $a = 26k - 1$ می شود. پس کوچک ترین عدد طبیعی a برابر ۲۵ می شود.

۴۷۴- $53 \equiv 4 \pmod{7}$ و $11 \equiv 4 \pmod{7}$ می شود، پس کافی است معادله هم نهشتی $4x \equiv 4 \pmod{7}$ را حل کنیم.

۴۷۰- من می گویم اول ببینیم آخرین روز اردیبهشت، چندشنبه است. از ۱۷ آذر تا آخرین روز اردیبهشت باید $17 + (2 \times 30) + (4 \times 31)$ به عقب برویم.

$4x \equiv 4 \xrightarrow[(4,7)=1]{\div 4} x \equiv 1 \Rightarrow x = 7k + 1$

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	روز
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

مبدأ را روز جمعه می گیریم و می بینیم آن عدد به پیمانه ۷، هم نهشت کدام عدد است. البته چون به عقب رفته ایم تعداد روزها را منفی در نظر می گیریم. (می توانستی مثل تست ۴۳۲ هم بری!)



۴۷۵- گزینه ۲ تساوی را تبدیل به معادله هم‌نهشتی به پیمانه ۷ می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 54x + 21y &\equiv 15 \pmod{7} \Rightarrow 54x + 0 \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 54x \equiv 1 \pmod{7} \\ 54x &\equiv -2 \pmod{7} \Rightarrow -2x \equiv 1 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv -1 + 7 = 6 \pmod{7} \\ 2x &\equiv 6 \pmod{7} \xrightarrow{\div 2} x \equiv 3 \pmod{7} \end{aligned}$$

پس باقی‌مانده X بر ۷ برابر ۳ می‌شود.

آزمون ۴۲

۴۷۶- گزینه ۲ اجازه بدهید ببینیم از آن رابطه، چه چیزی

درمی‌آید: $a \mid ab, ab \mid a+b \Rightarrow a \mid a+b \Rightarrow a \mid b$

شبهه همین ثابت می‌شود $a \mid b$ ، بنابراین $|a| = |b|$. چون a و b مثبت هستند، پس $a = +b$. با جای‌گذاری داریم:

$$a = b \Rightarrow a^2 \mid 2a \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

برای بقیه اعداد، سمت چپ، بزرگ‌تر از سمت راست شده و رابطه برقرار نمی‌شود، پس a دو مقدار طبیعی می‌تواند باشد.

۴۷۷- گزینه ۲ $4k+1$ و $6k'+5$ اعدادی فرد هستند پس a و b هم فرد هستند. حالا a^2 و b^2 هم فرد هستند. از طرفی مربع هر عدد فرد به شکل $8q+1$ است. پس:

$$a^2 b^2 + 1 = (8q+1)(8q'+1) + 1 \equiv (1 \times 1) + 1 = 2 \pmod{15}$$

۴۷۸- گزینه ۲ رابطه تقسیم به صورت $a = 153(76) + r$ درمی‌آید

که $0 \leq r < 153$ است. از طرفی $2a+1$ مضرب ۱۵ است؛ یعنی

$$2(153(76) + r) + 1 \equiv 0 \pmod{15} \Rightarrow 2(3 \times 1 + r) + 1 \equiv 7 + 2r \equiv 0 \pmod{15}$$

حالا با جای‌گذاری داریم: $2a+1 \equiv 0 \pmod{15}$

$$2(153(76) + r) + 1 \equiv 0 \pmod{15} \Rightarrow 2(3 \times 1 + r) + 1 \equiv 7 + 2r \equiv 0 \pmod{15}$$

۱۵ تا کم می‌کنیم.

$$2r \equiv -7 \pmod{15} \Rightarrow 2r \equiv 8 \pmod{15} \xrightarrow{\div 2} r \equiv 4 \pmod{15}$$

کوچک‌ترین عدد مثبت r برابر ۴ است، پس کم‌ترین مقدار a می‌شود: $a = 153(76) + 4$ برای محاسبه یکان، کافی است یکان‌ها را در نظر بگیریم. در واقع داریم از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰ استفاده می‌کنیم که داریم $4 + (3 \times 6)$ ، یعنی یکان برابر ۲ می‌شود.

۴۷۹- گزینه ۱ فرض کنیم $d = (2a+b, 3a+2b)$ باشد پس:

$$d \mid 2a+b \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3a+2b - 2(2a+b) = -a \Rightarrow d \mid a \\ d \mid 3a+2b \end{cases}$$

پس d هر دو عدد a و b را عاد می‌کند، یعنی مقسوم‌علیه هر دو است. از طرفی a و b نسبت به هم اول‌اند، یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها برابر یک است، پس $d = 1$.

۴۸۰- گزینه ۲ جمع و تفریق دو عدد فرد، زوج می‌شود پس ۲ و ۴ که تابلو درست هستند. از طرفی $a-b$ هم زوج و $a+b$ زوج است، پس ضرب آن‌ها یعنی $a^2 - b^2$ مضرب ۴ می‌شود، پس ۱ هم درست است.

اما ۲ نادرست است. مثلاً اگر $a = 1$ و $b = 3$ بگیریم، $4 \nmid 1$.

۴۸۱- گزینه ۲ باید ببینیم اولین عددی مثل n که $3^n \equiv 1 \pmod{28}$ می‌شود،

کدام است؟ خوب $3^2 \equiv -1 \pmod{28}$ می‌شود. اگر دو طرف را به توان ۲ برسانیم

$3^4 \equiv 1 \pmod{28}$ می‌شود. اگر دو طرف به توان k برسند $3^{4k} \equiv 1 \pmod{28}$ می‌شود. پس توان ۳ باید مضرب ۶ باشد تا هم‌نهشتی برقرار گردد. یعنی:

$$14x - 2 \equiv 0 \xrightarrow{+2} 14x \equiv 2 \xrightarrow{(\div 2)} 7x \equiv 1 \xrightarrow{(2,7)=1} x \equiv 2 \pmod{7}$$

پس $x = 3k + 1$ می‌شود. بزرگ‌ترین عدد دورقمی به ازای $k = 32$ یعنی ۹۷ به دست می‌آید.

۴۸۲- گزینه ۲ باقی‌مانده a بر b برابر ۱۷ شده است. پس $a \equiv 17 \pmod{b}$.

شبهه همین $7a \equiv 35 \pmod{b}$. دو طرف اولی را در ۷ ضرب کنیم، می‌شود

$$7a \equiv 119 \pmod{b} \Rightarrow b \mid 119 - 35 = 84 = 2 \times 42$$

دقت کنید b مقسوم‌علیه است، پس باید از باقی‌مانده بزرگ‌تر باشد یعنی $b > 35$. از طرفی با توجه به $b \mid 2 \times 42$ نتیجه می‌شود $b = 42$ یا $b = 84$.

۴۸۳- گزینه ۱ اول از همه ببینیم ب.م.م دو عدد $5n-3$ و $7n+2$

چه چیزی می‌تواند باشد. $d = (7n+2, 5n-3)$ می‌گیریم، پس:

$$\begin{cases} d \mid 7n+2 \\ d \mid 5(7n+2) - 7(5n-3) = 31 \end{cases}$$

$\Rightarrow d = 1$ یا $d = 31$

خب حالا باید ببینیم اولین عددی که $d = 31$ می‌شود کدام است.

$$5n - 3 \equiv 0 \pmod{31} \Rightarrow 5n \equiv 3 + 2(31) = 65 \pmod{31} \xrightarrow{(\div 5)} n \equiv 13 \pmod{31}$$

پس $n = 31k + 13$. اگر $k = 0$ بدهیم کوچک‌ترین عدد طبیعی $n = 13$ است که به ازای آن ب.م.م دو عدد، برابر ۳۱ می‌شود. به ازای

$n = 1, 2, \dots, 12$ ب.م.م دو عدد، برابر یک می‌شود (ولی برای ۱۳ نه)، پس بیشترین مقدار t برابر ۱۲ است.

۴۸۴- گزینه ۲ فهم السؤال نصف السؤال! می‌گوید اعداد $7^1, 7^2, \dots, 7^3$ و ... را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که اعداد هم‌باقی‌مانده در تقسیم بر ۴۳ در یک گروه قرار گیرند. خوب ببینید:

$$7^3 \equiv 7, 7^2 \equiv 6, 7^3 = 7^2 \times 7 \equiv 7 \times 7 \equiv -1 \pmod{43}$$

$$7^4 \equiv 7^3 \times 7 \equiv -7 \equiv 36 \pmod{43}$$

$$7^5 \equiv 7^3 \times 7^2 \equiv -49 \equiv -6 \equiv 37 \pmod{43}$$

$$7^6 \equiv 7^3 \times 7^3 \equiv (-1)(-1) = 1 \pmod{43}$$

خب باقی‌مانده 7^6 برابر یک می‌شود. از این‌جا به بعد دوباره باقی‌مانده‌ها تکرار می‌شوند، مثلاً $7^7 \equiv 7 \pmod{43}$ می‌شود و ... خلاصه این‌که باقی‌مانده‌ها ۷، ۶، ۴۲، ۳۶، ۳۷ و ۱ می‌شوند یعنی $\{7^1, 7^2, 7^3, \dots\}$ در یک دسته، $\{7^4, 7^5, 7^6, \dots\}$ در یک دسته و ... همین‌جوری ۶ دسته به وجود می‌آید.



با جای گذاری داریم:

$$23(13k+2)+13y=7 \Rightarrow y = \frac{7-23 \times 13k-46}{13}$$

$$= -23k - 3$$

حالا ببینیم چند جواب در محدوده‌ای که گفته دارد، یعنی:

$$\begin{cases} -100 \leq 13k+2 \leq 100 \Rightarrow k = -7, \dots, 6, 7 \\ -100 \leq -23k-3 \leq 100 \Rightarrow k = -4, -3, \dots, +4 \end{cases}$$

$$\cap \rightarrow k = -4, -3, \dots, +4$$

پس معادله در آن محدوده‌ای که گفته ۹ جواب دارد.

۴۹۰- گزینه ۲ عدد مورد نظر را x می‌گیریم پس کافی است معادله

هم‌نهشتی زیر را حل کنیم:

$$13x - 11 \equiv 0 \xrightarrow[\equiv 1]{\begin{matrix} 13 \equiv 4 \\ 11 \equiv 2 \end{matrix}} 4x \equiv 2 \xrightarrow[\equiv 1]{\begin{matrix} \div 2 \\ (2, 9) = 1 \end{matrix}} 2x \equiv 1$$

با اضافه کردن ۹ به سمت راست داریم:

$$2x \equiv 10 \xrightarrow[\equiv 1]{\begin{matrix} \div 2 \\ (2, 9) = 1 \end{matrix}} x \equiv 5$$

پس $x = 9k + 5$ است. بزرگ‌ترین عدد دورقمی x به ازای $k = 10$ یعنی ۹۵ به دست می‌آید که مجموع ارقام آن برابر ۱۴ است.

۴۸۵- گزینه ۲ سؤال ساده‌ای به نظر نمی‌رسد! این که چهار

گزینه را امتحان کنیم منطقی به نظر نمی‌رسد. احتمالاً نکته‌ای دارد که به آن بی‌توجه بوده‌ایم. تمرین مهمی در کتاب درسی می‌گوید

$(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$ پس $(9+7)^n \equiv 9^n + 7^n \pmod{63}$. بنابراین داریم:

$$a^{57} - (7^{57} + 9^{57}) \equiv a^{57} - (9+7)^{57} \equiv a^{57} - 16^{57}$$

حالا ببینیم به ازای کدام گزینه‌ها $a^{57} - 16^{57} \equiv 0 \pmod{63}$ می‌شود. خوب

به ازای $a = 16$ که $16^{57} - 16^{57} \equiv 0 \pmod{63}$ می‌شود، پس تا بلو بر ۶۳

بخش پذیر است. $79 \equiv 16 \pmod{63}$ است، پس به ازای $a = 79$ هم بخش پذیر

می‌شود. به ازای $a = 13$ چه طور؟ $13^3 \equiv 4 \pmod{63}$ می‌شود، پس داریم:

$$13^{57} - 16^{57} \equiv 4^{57} - 16^{57} \equiv 4^{57} (1 - 4^{19}) \equiv 4^{57} (1 - 1) \equiv 0$$

$$4^{57} = (4^3)^{19} \equiv 1^{19} = 1$$

چون:

پس $a = 13$ هم می‌تواند باشد.

۴۸۶- گزینه ۲ دو طرف $9x \equiv 6 \pmod{m}$ بدون این که پیمانه دست بخورد

بر ۳ تقسیم شده و رابطه $3x \equiv 2 \pmod{m}$ به دست آمده است. این وقتی درست است که $(m, 3) = 1$ باشد. به ازای $m = 2, 4, 5, 7, 8, 10$

دو عدد m و ۳ نسبت به هم اول بوده و $3x \equiv 2 \pmod{m} \Leftrightarrow 9x \equiv 6 \pmod{m}$ پس

به ازای ۶ مقدار از آن مجموعه!

۴۸۷- گزینه ۲ باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۱۰، همان رقم یکان

آن عدد را می‌دهد. شبیه همین باقی‌مانده بر ۱۰۰، دو رقم آخر (یکان و دهگان)! پس از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۰۰ استفاده می‌کنیم:

$$2! + 4! + 6! + 8! + \dots + 100! \equiv 2 + 24 + 720 + 8 \times 7 \times 720 \pmod{20}$$

همگی مضرب ۱۰۰ هستند.

$$\equiv 2 + 24 + 20 + 1120 \equiv 66 \pmod{20}$$

۴۸۸- گزینه ۲ معادله سیاله $ax + by = c$ وقتی جواب دارد

که $c | (a, b)$ ، پس باید $4 | (m+n, m-n)$. من می‌گویم

$(m+n, m-n) = d$ بگیریم، پس:

$$\begin{aligned} d | m+n &\Rightarrow d | 2m, d | 2n \\ d | m-n &\end{aligned}$$

پس d مقسوم‌علیه مشترکی از $2m$ و $2n$ است. گفته $(m, n) = 1$

یعنی m و n هیچ مقسوم‌علیه مشترکی غیر از یک ندارند، پس

$d = 1$ یا $d = 2$ ممکن است باشد. در هر دو صورت $d | 4$. بنابراین

معادله به ازای هر n و m صحیح جواب دارد. (با امتحان چندتا عدد هم می‌توانستیم به همین جواب برسیم!)

۴۸۹- گزینه ۲ از هم‌نهشتی به پیمانه ۱۳ استفاده می‌کنیم یعنی

معادله را می‌بریم به پیمانه ۱۳:

$$23x \equiv 7 \pmod{13} \Rightarrow 10x \equiv 7 + 13 = 20 \pmod{13} \xrightarrow[\equiv 1]{\begin{matrix} \div 10 \\ (10, 13) = 1 \end{matrix}} x \equiv 2$$

$$\Rightarrow x = 13k + 2$$



می شود پس کل گزاره در سه حالت درست می شود. (سه حالت زیر)

p	r	q	$(p \Rightarrow r) \wedge q$
د	د	د	د
د	د	ن	د
د	ن	د	د

۷۴۲- گزینه ۲ طبق شرکت پذیری اجتماع:

$$A \cup (B' \cup A) = (A \cup A) \cup B' = A \cup B'$$

$$A' - B = A' \cap B'$$

طبق تفاضل به اشتراک:

پس چیزی که خواسته می شود:

$$(A \cup B') \cap ((A' \cap B') \cap (A \cup B)) = \emptyset$$

$(A \cup B)'$

اشتراک هر مجموعه با متمم خودش برابر \emptyset می شود پس $(A \cup B') \cap (A \cup B) = \emptyset$ بنابراین حاصل کل هم برابر \emptyset می شود.

۷۴۳- گزینه ۲ تعداد کل حالتها برابر با تعداد جایگشت های ۶ شیء متمایز است. پس تعداد کل حالتها برابر با $6! = n(S)$ می شود.

آهنگ های خواننده A را A_1, A_2, A_3 و A_4 و آهنگ های خواننده B را B_1 و B_2 می گیریم. چون می خواهیم آهنگ های هر خواننده پشت سر هم پخش شود، آهنگ های A را به هم بسته و آهنگ های B را نیز به هم می بندیم تا ۳ شیء $(A_1 A_2 A_3), (B_1 B_2), C$ به وجود آید که ۳! جایگشت دارند. خود اشیای دسته A نیز ۳! جایگشت و اشیای دسته B نیز ۲! جایگشت دارند.

پس تعداد حالت های مطلوب برابر با $3! \times 3! \times 2! = n(A)$ می شود. حالا:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 3! \times 2!}{6!} = \frac{3 \times 2 \times 2}{6 \times 5 \times 4} = \frac{1}{10}$$

۷۴۴- گزینه ۲ اول باید احتمال برخورد با هر ناحیه را به دست آوریم. چهار ناحیه داریم پس $k = 1, 2, 3, 4$ می تواند باشد، با جای گذاری به جای k می شود:

k	۱	۲	۳	۴
احتمال	x	۳x	۵x	۷x

جمع احتمالها باید برابر یک باشد، پس:

$$x + 3x + 5x + 7x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{16}$$

پس احتمال برخورد با هر ناحیه طبق جدول زیر به دست می آید:

k	۱	۲	۳	۴
احتمال	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$

خب چه جوری ممکن است ۳ امتیاز بگیریم؟

دومی به ناحیه ۲ دومی به ناحیه ۱

$$\frac{1}{16} \times \frac{3}{16} + \frac{3}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{6}{16 \times 16} = \frac{3}{128}$$

اولی به ناحیه ۱ اولی به ناحیه ۲

آزمون ۶۲

۷۴۱- گزینه ۲ به جای این که سریع جدول ارزش (که تا ریدف داره) بکشید کمی فکر کنید!

با توجه به ترکیب عطفی، اگر $p \Rightarrow r$ یا q نادرست باشد کل گزاره نادرست می شود، پس q و r هر دو باید درست باشند. $p \Rightarrow r$ در سه حالت از ۴ حالتی که p و r ممکن است داشته باشند، درست

$$\begin{cases} \bar{x} = 3 \\ \sigma = 2/\sqrt{5} \Rightarrow [30 - \frac{5}{10}, 30 + \frac{5}{10}] = [29/5, 30/5] \\ n = 100 \end{cases}$$

۷۴۹- گزینه ۱ اول از همه این که این حکم درست است. چرا؟ چون هر عدد اول بزرگتر از ۳ به یکی از صورت‌های $6k+1$ یا $6k+5$ نوشته می‌شود. در هر دو حالت نشان می‌دهیم که حکم درست است. بله درست حدس زده‌اید! داریم همه حالت‌ها را در نظر می‌گیریم:

① $p = 6k + 1$ باشد: $(6k+1)^{12} \equiv 36k^2 + 12k + 1 \equiv 1 \pmod{13}$

② $p = 6k + 5$ باشد: $(6k+5)^{12} \equiv 36k^2 + 60k + 25 \equiv 1 \pmod{13}$

۷۵۰- گزینه ۲ اگر $a^m \mid a^n$ آن‌گاه $m \leq n$ است. (یعنی عامل a در سمت راست باید بیشتر باشد) حالا داریم:

$$27^{n+1} \mid 18^{2n-1} \Rightarrow 3^{2n+3} \mid 2^{2n-1} \times 3^{4n-2} \Rightarrow 2n+3 \leq 4n-2 \Rightarrow 5 \leq n$$

پس $\min(n) = 5$

$$6^{m-1} \mid 54^3 \Rightarrow 2^{m-1} \times 3^{m-1} \mid (2 \times 3^3)^3 = 2^3 \times 3^9$$

پس $m-1 \leq 3$ و $m-1 \leq 9$ باید باشد. اشتراک این دو تا 4 می‌شود یعنی $\max(m) = 4$. حالا: $\min(n) + \max(m) = 9$

۷۵۱- گزینه ۱ رابطه تقسیم $n = 29q + 17$ می‌شود. حالا $n = 29q + 17 \equiv 0 \pmod{13}$ باید این معادله هم‌نهستی را حل کرده و کوچک‌ترین عدد سهرقمی n را پیدا کنیم:

$$29q + 17 \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow \frac{29q+17}{13} \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow 3q + 4 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$3q \equiv -4 + 13 = 9 \pmod{13} \xrightarrow{\div 3} q \equiv 3 \pmod{13} \Rightarrow q = 13k + 3$$

اگر $k = 0$ قرار دهیم $q = 3$ و کوچک‌ترین عدد سهرقمی n می‌شود: $n = 29(3) + 17 = 104$ (پس مجموع ارقامش ۵ می‌شود)

۷۵۲- گزینه ۲ فعلاً روی 7^{47} کار می‌کنیم! توانی از ۷ که نزدیک مضارب ۱۷ باشد را به دست می‌آوریم. داریم $7^2 \equiv -2 \pmod{17}$ ، پس:

$$7^2 \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان } 23} 7^{46} \equiv (-2)^{23} \xrightarrow{\times 7} 7^{47} \equiv (-2)^{23} \times 7$$

حالا روی 2^{23} کار می‌کنیم: (دقت کن $2^4 = 16 \equiv -1 \pmod{17}$ می‌شود.)

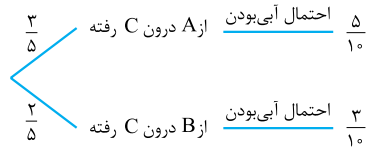
$$2^{23} = (2^4)^5 \times 2^3 \equiv (-1)^5 \times 8 \equiv -8 \pmod{17}$$

پس داریم: $7^{47} \equiv -2^{23} \times 7 \equiv -(-8) \times 7 = 56 \equiv 5 \pmod{17}$

حالا داریم: $6! \equiv 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \equiv 18 \times 4 \equiv 11 \times 4 \equiv 4 \pmod{17}$

پس: $(7^{47} + 1)(6!) \equiv (5 + 1)(4 - 1) \equiv 13 \pmod{17}$

۷۴۵- گزینه ۱ با قانون بیز طرف هستیم! اول باید از قانون احتمال کل استفاده کنیم، یعنی احتمال این که مهره خارج شده از C ، آبی باشد را به دست می‌آوریم. درون ظرف C ، ۵ مهره قرار دارد که ۳ مهره از A و ۲ مهره از B آمده است. پس مهره‌ای که از C برمی‌داریم با احتمال $\frac{3}{5}$ از A آمده و با احتمال $\frac{2}{5}$ از B .



$$\Rightarrow P(\text{مهره خارج شده از } C \text{ آبی باشد}) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{10}$$

حالا طبق بیز احتمال شاخه مطلوب (یعنی دومی) را در صورت قرار داده و احتمال کلی که در بالا حساب کردیم را در مخرج قرار می‌دهیم:

$$\frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{10}}{\frac{3}{5} \times \frac{5}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{10}} = \frac{6}{15+6} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

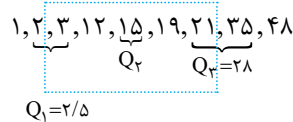
۷۴۶- گزینه ۲ زاویه ناحیه‌های A ، B و C را به ترتیب x ، x و $2x$ می‌گیریم. خوب داریم:

$$x + 2x + 6x = 360 \Rightarrow x = 40^\circ \Rightarrow 2x = 80^\circ$$

حالا از فرمول زاویه داریم:

$$\theta = \frac{f}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 80 = \frac{f}{9} \times 360 \Rightarrow f = 20$$

۷۴۷- گزینه ۲ خداروشکر داده‌ها مرتب هستند. ۹ عدد داریم پس داده پنجمی می‌شود میانه، پس $Q_2 = 15$. حالا این را کنار گذاشته و میانه داده‌های قبل و بعد از میانه را به دست آورده تا نمودار جعبه‌ای به صورت زیر به دست آید:



داده‌های ۳، ۱۲، ۱۵، ۱۹، ۲۱ می‌افتند. باید ضرب تغییرات این‌ها را محاسبه کنیم. میانگین این‌ها برابر $14 = \frac{70}{5}$ می‌شود. اما واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(-11)^2 + (-2)^2 + 1^2 + 5^2 + 7^2}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

حالا: $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{40}}{14} = \frac{\sqrt{10}}{7}$

۷۴۸- گزینه ۲ دقت کنید نکته انحراف معیار جامعه بلکه گفته انحراف معیار برآورد میانگین! رابطه این دو تا می‌شود:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.25 = \frac{\sigma}{\sqrt{100}} \Rightarrow \sigma = 2.5$$

با اطمینان ۹۵ درصد میانگین جامعه (μ) در بازه $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ قرار دارد:



$$\begin{cases} n = 7 \\ k = 5 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$$

۷۵۸- گزینه ۹ شیء داریم که سه تا سه تا مثل هم هستند پس کل حالت‌های قراردادن آن‌ها در یک مربع 3×3 (هر فونه با اون یکی فرق داره) برابر تعداد کل جایگشت‌ها می‌شود. از قضیه جایگشت با تکرار داریم:

$$n(S) = \frac{9!}{3!3!3!} = 1680$$

از طرفی یک نکته را هم حفظ باشید که ۱۲ مربع لاتین 3×3 داریم

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{1680} = \frac{1}{140} \quad \text{پس } n(A) = 12$$

حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳

این که چرا ۱۲ مربع لاتین 3×3 داریم خیلی ساده است. حالت‌های این خانه‌هایی که پر کردیم را نوشته‌ام. از طرفی اگر این‌ها را پر کنیم بقیه خانه‌ها به صورت یکتا به دست می‌آید.

پس $12 = 3 \times 2 \times 2$ مربع لاتین می‌شود.

۷۵۹- گزینه ۴ خب کافی است تعداد تابع‌های یک‌به‌یک را از تعداد کل تابع‌ها کم کنیم. اجازه بدهید این تست را برای عشق فرمول‌ها هم که شده، فرمولی حل کنم:

نکته تعداد تابع‌ها از مجموعه A به مجموعه B برابر است با $|B|^{|A|}$.

پس تعداد کل تابع‌ها از مجموعه 3 عضوی $\{1, 2, 3\}$ به مجموعه 6 عضوی $\{1, 2, \dots, 6\}$ برابر با 6^3 است (واضه هر عضو اولی، به 6 عدد می‌تونه نظیر بشه).

نکته تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه m عضوی A به مجموعه k عضوی B که $m \leq k$ است برابر با $p(k, m) = \frac{k!}{(k-m)!}$ است

(یعنی دومی باید بیشتر یا مساوی اولی عضو داشته باشه و الا تابع یک‌به‌یک نداریم).

$$P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 120 \quad \text{پس تعداد تابع‌های یک‌به‌یک می‌شود:}$$

حالا: تعداد تابع‌های یک‌به‌یک - تعداد کل تابع‌ها = تعداد تابع‌های غیریک‌به‌یک = $6^3 - 120 = 96$

۷۶۰- گزینه ۴ $R_f = B$ یعنی تابع پوشا باشد. تعداد تابع‌های

پوشا از مجموعه n عضوی به 3 عضوی برابر $3^n - 3 \times 2^n + 3$ می‌شود پس تابع‌های پوشا از مجموعه 4 عضوی A به مجموعه 3 عضوی B برابر $3^4 - 3 \times 2^4 + 3 = 36$ تا می‌شود.

در کل $3^4 = 81$ تابع هم داریم پس $81 - 36 = 45$ تابع غیرپوشا داریم. آمدم از شانس بد ما 45 تابع اولی که ساختیم همگی غیرپوشا بودند ولی اگر 3 تابع دیگر بسازیم (اینا همه پوشا هستن) یعنی با 48 تابع قطعاً 3 تابع پوشا در بین آن‌ها وجود دارد.

۷۵۳- گزینه ۱۱ از قاعده به دست آوردن باقی‌مانده در تقسیم بر 11 می‌رویم:

$$\overline{6a2b} \equiv 6 \Rightarrow \overline{b-2+a-6} \equiv 6 \Rightarrow \overline{b+a} \equiv 14 \equiv 3$$

از طرفی $0 \leq a \leq 9$ و $0 \leq b \leq 9$ است پس $0 \leq a+b \leq 18$ می‌تواند باشد. با توجه به هم‌نهشتی آخر $a+b=3$ یا $a+b=14$

$$\overline{6a2b} \equiv 9 \Rightarrow \overline{b+2+a+6} \equiv 4 \Rightarrow \overline{b+a} \equiv 14 \text{ یا } 2$$

پس $\overline{6a2b} \in [2]_9$ یا $\overline{6a2b} \in [4]_9$ می‌تواند باشد.

اما هم‌نهشتی به پیمانه 10 همان رقم یکان را می‌دهد یعنی $\overline{6a2b} \equiv b$. آیا $b=4$ می‌تواند باشد؟ مسلماً نه! چون a و b دو رقم از صفر تا 9 هستند؛ جواب هیچ کدام از $a+b=3$ یا $a+b=14$ نمی‌تواند $b=4$ باشد. ($b=7$ می‌تونه چون $a=7$ می‌شه یواب $a+b=14$ باشه).

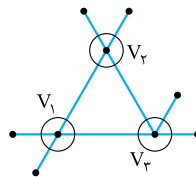
۷۵۴- گزینه ۴ کدام قضیه ارتباط بین درجه‌ها و یال‌ها را برقرار

می‌کند؟ بله مجموع درجه‌ها، مساوی دو برابر تعداد یال‌ها می‌شود، پس: $2 \times 15 = 30 = 3 \times 4 + 7 \times 2$

پس مجموع درجه‌های دیگر برابر 4 می‌شود. اگر گراف 2 رأس درجه 1 داشته باشد رأس دیگر باید از درجه 2 باشد (2 همیشه 4 بشه) ولی آن وقت 8 رأس درجه 2 داریم. اگر 3 رأس درجه 1 داشته باشیم درجه 2 رأس باقی‌مانده هم 1 می‌شود (پس می‌شه 3 تا یک). تا این جا 2 و 3 رد می‌شوند.

اما می‌توانیم یک رأس درجه 1 (و البته یکی درجه 3) یا 4 رأس درجه 1 داشته باشیم. پس 4 درست می‌شود.

۷۵۵- گزینه ۱ اول 7 - مجموعه را به دست می‌آوریم. واضح است 7 - مجموعه یکتا و به صورت مقابل است.



حالا باید ببینیم گراف چند زیرگراف با رأس‌های بالا می‌تواند داشته باشد. 3 یال $V_1V_2, V_1V_3, V_2V_3, V_2V_4, V_3V_4$ را می‌توانیم قرار بدهیم یا نه (یعنی هر کم‌تر دو حالت داره) پس در کل $2 \times 2 \times 2 = 8$ زیرگراف با این رأس‌ها می‌توانیم بسازیم.

۷۵۶- گزینه ۲ این گراف همان گراف

2 - منظم مرتبه 8 است. آن را به صورت مقابل رسم کنیم بهتر می‌شود. بزرگ‌ترین مجموعه احاطه‌گر مینیمال وقتی به دست می‌آید که رأس‌ها را یکی درمیان برداریم؛ یعنی حداکثر 4 عضو دارد. (هیچ رأسی رو نمی‌شه حذف کرد هر کم‌تر رو حذف کنی دیگه خودش احاطه نمی‌شه!)

۷۵۷- گزینه ۴ جمع چهار متغیر کم‌تر یا مساوی 7 شده است،

پس با اضافه کردن متغیری نامنفی مثل t همواره مساوی 7 می‌شود. به بیان دیگر کافی است تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x+y+z+w+t=7$ را به دست آوریم، چون هر جواب این معادله دقیقاً متناظر با یک جواب نامعادله می‌شود. تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1+x_2+\dots+x_k=n$ برابر

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

با است، پس تعداد جواب‌ها می‌شود: