

ساختار کتاب

کتاب شب امتحان **ریاضی هفتم** از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است که به صورت زیر است:

۱- آزمون‌های نوبت اول: آزمون‌های شماره ۱ تا ۴ این کتاب مربوط به مباحث نوبت اول است که خودش به دو قسمت تقسیم می‌شود:
الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۱ و ۲ را فصل به فصل طبقه‌بندی کرده‌ایم؛ بنابراین شما به راحتی می‌توانید پس از خواندن هر فصل از درس‌نامه، تعدادی سؤال را بررسی کنید. حواستان باشد این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره‌ای و مثل یک آزمون کامل هستند.
ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۳ و ۴ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم تا دو آزمون نوبت اول مشابه آزمون‌ی باشد که معلمان از شما خواهد گرفت.
۲- آزمون‌های نوبت دوم: آزمون‌های شماره ۵ تا ۱۲ از کل کتاب و مطابق امتحان پایان سال طرح شده‌اند. این قسمت هم، خودش به ۲ بخش تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۵ تا ۸ را که برای نوبت دوم طرح شده‌اند هم طبقه‌بندی کرده‌ایم. با این کار باز هم می‌توانید پس از خواندن هر فصل، تعدادی سؤال مرتبط با آن فصل را پاسخ دهید. هر کدام از این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره دارند؛ در واقع در این بخش، شما ۴ آزمون کامل را می‌بینید.

ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۹ تا ۱۲ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم؛ پس، در این بخش با ۴ آزمون نوبت دوم، مشابه آزمون پایان سال معلمان مواجه خواهید شد.

۳- پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها: در پاسخ تشریحی آزمون‌ها، همه آن‌چه را که شما باید در امتحان بنویسید تا نمره کامل کسب کنید، برایتان نوشته‌ایم.



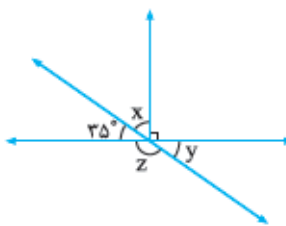
۴- درس‌نامه کامل شب امتحانی: این قسمت، برگ برنده شما نسبت به کسانی است که این کتاب را نمی‌خوانند 😊 در این قسمت، همه آن‌چه را که شما برای گرفتن نمره عالی در امتحان ریاضی هفتم نیاز دارید، تنها در ۲۲ صفحه آورده‌ایم، بخوانید و لذت‌ش را ببرید!
یک راهکار: موقع امتحان‌های نوبت اول می‌توانید از سؤال‌های فصل‌های ۱ تا ۵ آزمون‌های ۵ تا ۸ هم استفاده کنید!

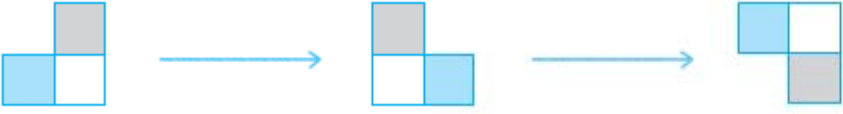
فهرست

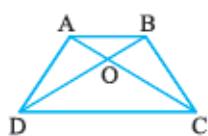
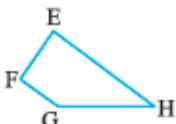
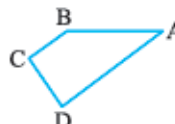
شماره صفحات	نوبت	آزمون	پاسخ‌نامه
۲۷	اول	۳	آزمون شماره ۱ (طبقه‌بندی شده)
۲۸	اول	۵	آزمون شماره ۲ (طبقه‌بندی شده)
۲۸	اول	۷	آزمون شماره ۳ (طبقه‌بندی نشده)
۲۹	اول	۹	آزمون شماره ۴ (طبقه‌بندی نشده)
۳۰	دوم	۱۱	آزمون شماره ۵ (طبقه‌بندی شده)
۳۱	دوم	۱۳	آزمون شماره ۶ (طبقه‌بندی شده)
۳۳	دوم	۱۵	آزمون شماره ۷ (طبقه‌بندی شده)
۳۴	دوم	۱۷	آزمون شماره ۸ (طبقه‌بندی شده)
۳۵	دوم	۱۹	آزمون شماره ۹ (طبقه‌بندی نشده)
۳۶	دوم	۲۱	آزمون شماره ۱۰ (طبقه‌بندی نشده)
۳۸	دوم	۲۳	آزمون شماره ۱۱ (طبقه‌بندی نشده)
۳۹	دوم	۲۵	آزمون شماره ۱۲ (طبقه‌بندی نشده)
۴۱	درس‌نامه توپ برای شب امتحان		

بازمبندی درس ریاضی هفتم

شماره فصل	نوبت اول	نوبت دوم
فصل اول	۳ نمره	۱ نمره
فصل دوم	۴ نمره	۱/۵ نمره
فصل سوم	۴/۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل چهارم	۴/۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل پنجم	۴ نمره	۱/۵ نمره
فصل ششم	-	۳/۵ نمره
فصل هفتم	-	۳ نمره
فصل هشتم	-	۳/۵ نمره
فصل نهم	-	۳ نمره
جمع	۲۰ نمره	۲۰ نمره

ردیف	آزمون شماره ۱	نوبت اول	مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه	ریاضی	http://kheilisabz.com
نمره	پایه هفتم متوسطه اول				
	فصل اول				
۱	تویی از ارتفاع ۳۲ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از هر بار برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟				
۲	با انگشتان یک دست به چند صورت می‌توان عدد ۴ را نشان داد؟				
۳	در یک مزرعه، ۲۰ مرغ و گاو نگهداری می‌شوند. تعداد پاهای آن‌ها روی هم ۵۲ عدد است. چه تعداد مرغ و چه تعداد گاو در این محوطه وجود دارد؟				
	فصل دوم				
۴	حاصل هر یک از عبارتهای زیر را با استفاده از محور اعداد به دست آورید.				
الف	$(-5) + (+2) =$				
ب	$(-4) - (+5) =$				
۵	حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.				
الف	$(-5) + (+4) - (-2) =$				
ب	$-7 + 7 + 4 =$				
پ	$[-3 \times (-4) + 3] \div (-5) =$				
۶	دمای هوای تهران ۲ درجه بالای صفر و دمای هوای شهر کرد ۱۰ درجه سردتر از دمای تهران است. الف) دمای هوای شهر کرد چند درجه است؟ ب) میانگین دمای دو شهر چند درجه است؟				
	فصل سوم				
۷	با توجه به الگوی عددی مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) جمله ۱۱ام الگو را بیابید. ب) جمله بیستم این الگو، چه عددی است؟				
۸	الف) عبارت جبری مقابل را ساده کنید. ب) مقدار عبارت جبری بالا را به ازای $b = 1$ و $a = -2$ به دست آورید.				
۹	پول علی ۳ برابر پول رضا است. اگر علی ۱۰۰۰ تومان به رضا بدهد، پول علی ۲ برابر پول رضا می‌شود. مقدار پول علی را حساب کنید.				
	فصل چهارم				
۱۰	پاره خط AG به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهای خالی را پر کنید.				
الف	$\overline{AB} = \frac{1}{6} \overline{AG}$	ب	$\overline{AG} = 6 \overline{FG}$		
پ	$\overline{AB} + \overline{CE} = \overline{AE} - \overline{BC}$	ت	$\overline{AD} = \overline{BF}$		
۱۱	در شکل زیر مقادیر x، y و z را حساب کنید.				
					

نمره	http://kheilisabz.com	مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه	نوبت اول	ریاضی
۱	پایه هفتم متوسطه اول		آزمون شماره ۱	
۱	<p>با توجه به شکل‌ها، روی هر فلش نوع تبدیل انجام شده را بنویسید.</p> 			۱۲
فصل پنجم				
۰/۵	اگر تفاضل دو عدد اول ۳۵ باشد، آن دو عدد اول را به دست آورید.			۱۳
۱	الف) با نوشتن شمارنده‌های دو عدد ۳۶ و ۲۴، ب.م.م آن‌ها را به دست آورید.			۱۴
۱	$\frac{[۱۲, ۳۶]}{(۱۲۰, ۲۵۰)}$	ب) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.		
۱/۵	یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲، ۱۸ و ۲۴ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم. بزرگ‌ترین ضلعی که این مکعب می‌تواند داشته باشد، چه عددی است؟			۱۵
۲۰	جمع نمرات			موفق باشید

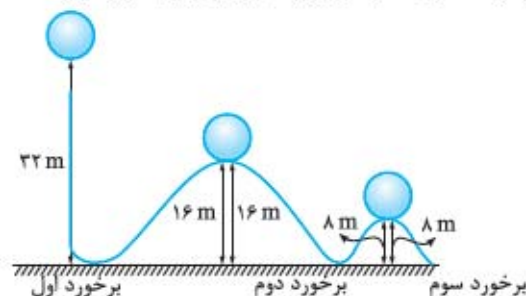
ریاضی	نوبت دوم	مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com	
ردیف	آزمون شماره ۹			
نمره	پایه هفتم متوسطه اول			
۱	درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را مشخص کنید. الف) قرینه قرینه هر عدد برابر است با خود آن عدد. ب) حاصل $\sqrt{49 \times 25}$ برابر با ۳۵ است. پ) قرینه نقطه $\left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right]$ نسبت به محور طول‌ها برابر $\left[\begin{matrix} -2 \\ 3 \end{matrix} \right]$ است. ت) امکان ندارد که در ۴۰۰ بار پرتاب سکه ۳۰۰ بار رو بیاید.	<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> درست	<input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> نادرست	
۲	هر یک از جملات زیر را با عدد و یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تنها شمارنده اول هر عدد اولی است. ب) در منشور به محل برخورد سطح‌ها گفته می‌شود. پ) به توان سوم هر عدد می‌گوییم. ت) احتمالی که حتمی باشد با عدد نشان می‌دهند.			
۳	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) در الگوی عددی مقابل جمله n ام کدام است؟ ب) در دو شکل هم‌نهشت: ۱) زاویه‌های نظیر برابرند. ۲) اضلاع نظیر مساوی‌اند. ۳) دو شکل دارای محیط‌های برابر هستند. ۴) هر سه گزینه درست است. پ) منشور ۸ پهلو دارای چند یال است؟ ت) کدام نقطه روی محور عرض‌ها قرار دارد؟	<input type="checkbox"/> ۱) $4n - 2$ <input type="checkbox"/> ۲) $4n - 6$ <input type="checkbox"/> ۳) $4n - 7$ <input type="checkbox"/> ۴) $3n - 1$	<input type="checkbox"/> ۱) ۸ <input type="checkbox"/> ۲) ۱۶ <input type="checkbox"/> ۳) ۲۴ <input type="checkbox"/> ۴) ۳۲ <input type="checkbox"/> ۱) $\begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$ <input type="checkbox"/> ۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ <input type="checkbox"/> ۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ <input type="checkbox"/> ۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$	
۴	حاصل عبارت مقابل را حساب کنید. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{512} =$			
۵	حاصل عبارت روبه‌رو را به روش ارزش مکانی حساب کنید. $283 - 307 =$			
۶	حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید. $(-5) \times (+4) \div (-2) =$			
۷	الف) عبارت کلامی روبه‌رو را به صورت عبارت جبری بنویسید. «۵ واحد بیشتر از نصف یک عدد» ب) عبارت جبری روبه‌رو را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. $6n - m + 11 - 3(4m - n + 5) =$			
۸	الف) در شکل روبه‌رو چند پاره‌خط وجود دارد؟ ب) دو شکل زیر با یکدیگر هم‌نهشت هستند. تساوی‌های زیر را کامل کنید.   	$\hat{E} = \dots\dots\dots$	$\overline{AB} = \dots\dots\dots$	$\hat{B} = \dots\dots\dots$
۹	با تجزیه صورت و مخرج، کسر مقابل را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. $\frac{36}{48}$			
۱۰	ک.م.م دو عدد ۱۳۲ و ب.م.م آن‌ها ۶ است. حاصل ضرب دو عدد را حساب کنید.			

نمره	پایه هفتم متوسطه اول	مدت آزمون ۱۲۰ دقیقه	نوبت دوم	ریاضی	
آزمون شماره ۹					
۱/۵		حجم شکل مقابل را حساب کنید.			
۱/۵	مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ سانتی‌متر را یک بار حول طول و یک بار حول عرضش دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران حول عرض چند برابر حجم حاصل از دوران حول طول آن است؟			۱۲	
۰/۵	اختلاف مجذور و مکعب عدد ۱/۰ را حساب کنید.			۱۳	
۱	حاصل عبارتهای زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.			۱۴	
	الف) $25 \times 5^4 \times 2^3$ ب) $7^6 \times 7^2 \times 7^{11}$				
۱	طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.			۱۵	
	الف) $\sqrt{100 \times 81}$ ب) $\sqrt{25 + 144}$				
۱	در تساوی زیر مقادیرهای x و y را بیابید.			۱۶	
	$\begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \end{bmatrix}$				
۱/۵		با توجه به دستگاه مختصات مقابل: الف) مختصات نقطه A را بنویسید. ب) بردار \overline{AB} را رسم کنید. پ) مختصات بردار \overline{AB} را بنویسید.			۱۷
۲		نمودار زیر، تعداد دانش‌آموزان سه پایه یک مدرسه ابتدایی را نشان می‌دهد. الف) نام این نمودار چیست؟ ب) کدام کلاس کم‌ترین (حداقل) دانش‌آموز را دارد؟ پ) کدام کلاس بیشترین دانش‌آموز را دارد؟ ت) تعداد کل دانش‌آموزان این سه پایه چند نفر است؟			۱۸
۱	در یک کیسه ۷ مهره زرد، ۵ مهره قهوه‌ای و ۴ مهره سبز وجود دارد. اگر یک مهره را به طور تصادفی از کیسه خارج کنیم، احتمال خارج شدن مهره سبز چه قدر است؟			۱۹	
۲۰	موفق باشید			جمع نمرات	

پاسخ نامه

آزمون شماره ۱ (نوبت اول)

۱- مسیر حرکت توپ از لحظه رهاشدن تا برخورد سوم با زمین به صورت زیر است:



مسافت طی شده تا سومین برخورد به زمین = $32 + 16 + 16 + 8 + 8$ متر = 80

۲- اگر انگشتان یک دست را با A, B, C, D, E نام گذاری کنیم، داریم:

- A, B, C, D
- A, B, C, E
- A, B, D, E
- A, C, D, E
- B, B, D, E

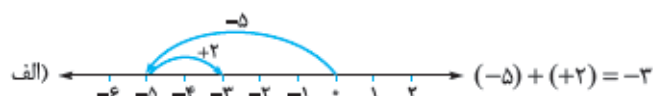
بنابراین به ۵ حالت می توان با انگشتان یک دست عدد ۴ را نشان داد.

۳- با استفاده از جدول حدس و آزمایش داریم:

تعداد پاها	تعداد گاوها	تعداد مرغها
$10 \times 2 + 10 \times 4 = 60$	۱۰	۱۰
$12 \times 2 + 8 \times 4 = 56$	۸	۱۲
$14 \times 2 + 6 \times 4 = 52$ ✓	۶	۱۴

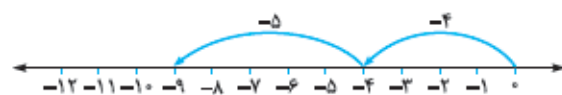
بنابراین در این مزرعه ۱۴ مرغ و ۶ گاو داریم.

۴- با شروع از نقطه صفر به اندازه اعداد داده شده و با توجه به علامت آن‌ها جابه‌جا می‌شویم.



با تبدیل تفریق به جمع داریم:

ب) $(-4) - (+5) = (-4) + (-5) = -9$



۵- با توجه به رعایت اولویت اعمال ریاضی و تبدیل تفریق به جمع داریم:

الف) $(-5) + (+4) - (-2) = -5 + 4 + 2 = +1$

ب) $-7 \div 7 + 4 = -1 + 4 = 3$

پ) $[-3 \times (-4) + 3] \div (-5) = (+15) \div (-5) = -3$

۶- الف) ۱۰ درجه سردتر یعنی -10 ؛ پس:

$(+2) - 10 = +2 + (-10) = -8$

دمای هوای شهرکرد

ب) میانگین دمای هوای تهران و شهرکرد برابر است با:

$\frac{+2 + (-8)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

۷- الف) به جملات الگوی داده شده ۶ تا ۶ اضافه می‌شود و جمله n ام برابر است با:

$6n - 4$

ب) جمله ۲۰ ام الگوی داده شده، با توجه به جمله n ام آن برابر است با:

$6 \times 20 - 4 = 120 - 4 = 116$

۸- ابتدا اعداد پشت پرانتز را با توجه به خاصیت پخشی در هر یک از جملات داخل پرانتز ضرب می‌کنیم و سپس جملات مشابه را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

$4(3a - 2b + 5) - 3(2b - 4) = 12a - 8b + 20 - 6b + 12$

$= 12a - 14b + 32$

ب) مقادیر $a = -2$ و $b = 1$ را در حاصل عبارت جای گذاری می‌کنیم:

$12a - 14b + 32 = 12 \times (-2) - 14 \times (1) + 32 = -24 - 14 + 32 = -6$

۹- پول رضا را برابر x در نظر می‌گیریم؛ بنابراین پول علی برابر $3x$ است و با

تبدیل عبارت کلامی صورت سؤال به معادله داریم: (دقت کنید وقتی علی ۱۰۰۰

تومان به رضا بدهد از پول علی ۱۰۰۰ تومان کم شده و به پول رضا ۱۰۰۰ تومان

اضافه می‌شود.)

$(3x - 1000) = 2(x + 1000) \Rightarrow 3x - 2x = 3000 \Rightarrow x = 3000$

بنابراین پول علی برابر است با: تومان $3x = 3 \times 3000 = 9000$

۱۰- با توجه به این که تمامی پاره‌خطهای کوچک با هم برابر هستند، داریم:

الف) $\overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AE}$ ب) $\overline{AG} = \frac{6}{7} \overline{FG}$

پ) $\overline{AB} + \overline{CE} = \overline{AE} - \overline{BC}$ ت) $\overline{AD} = \frac{2}{4} \overline{BF}$

۱۱- با توجه به شکل Y با 35° متقابل به رأس است؛ بنابراین $Y = 35^\circ$. از طرفی

X با 35° متمم می‌باشد، پس مقدار X برابر است با:

$x = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

هم‌چنین Y با Z مکمل هستند و داریم: $Z = 180^\circ - Y = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$

-۱۲



۱۳- می‌دانیم تفاضل یک عدد فرد و یک عدد زوج برابر عددی فرد است و با توجه

به این که هر دو عدد موردنظر، اول هستند و تنها عدد اول زوج ۲ است، بنابراین دو

عدد اول ۲۷ و ۲ هستند.

۱۴- الف) شمارنده‌های دو عدد ۳۶ و ۲۴ را می‌نویسیم و بزرگ‌ترین شمارنده

مشترک را به عنوان ب.م.م آن‌ها انتخاب می‌کنیم.

$12 = \text{ب.م.م} 24 \text{ و } 36 \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ = شمارنده‌های ۳۶

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ = شمارنده‌های ۲۴

ب) ۳۶ بر ۱۲ بخش پذیر است؛ بنابراین «ک.م.م» آن‌ها برابر ۳۶ است و با تجزیه

اعداد 250 و 120 داریم: $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$250 = 2 \times 5 \times 5 \times 5$

بنابراین «ب.م.م» 120 و 250 برابر است با 10 و داریم: $\frac{[12, 36]}{(120, 250)} = \frac{36}{10}$



۱۵- برای این که بتوانیم مکعب مستطیل را با مکعب های مورد نظر کاملاً پر کنیم، باید اضلاع مکعب مستطیل بر ضلع مکعب بخش پذیر باشند، بنابراین ب.م.م. ۱۲، ۱۸ و ۲۴ را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ \text{ های} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \\ ۱۸ \text{ های} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \\ ۲۴ \text{ های} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ب.م.م. } ۱۲, ۱۸, ۲۴ = ۶$$

- ۲- الف) تنها شمارنده اول هر عدد اولی خودش است. (دقت کنید که هر عدد اول تنها دو شمارنده دارد، خودش و عدد یک.)
 ب) در منشور به محل برخورد دو سطح، **یال** گفته می‌شود.
 پ) به توان سوم هر عدد، **مکعب آن عدد** می‌گوییم.
 ت) احتمالی که حتمی باشد را با عدد **یک** نشان می‌دهند.
- ۳- الف) گزینه «۲» با قراردادن هر یک از اعداد طبیعی به جای n به ترتیب جملات الگوی داده‌شده به دست می‌آید.
 ب) گزینه «۴» در دو شکل هم‌نهشت، زوایای نظیر با هم و اضلاع نظیر با هم برابر هستند؛ بنابراین محیط دو شکل نیز با هم برابر است.
 پ) گزینه «۳» می‌دانیم یک منشور n پهلو، دارای $3n$ یال است؛ بنابراین یک منشور ۸ پهلو دارای ۲۴ یال است.
 ت) گزینه «۳» نقطه‌ای روی محور عرض قرار دارد که طول آن صفر است.

۴- با توجه به راهبرد حل مسئله ساده‌تر، داریم:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{15}{32}$$

بنابراین حاصل برابر با کسری است که مخرج آن با آخرین کسر برابر و صورت آن

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{512} = \frac{255}{512}$$

از نصف مخرج یک واحد کم‌تر است.

۵- دو عدد داده‌شده را با علامت در جدول ارزش مکانی قرار داده و حاصل هر ستون را به دست می‌آوریم.

ص	د	ی
۲	۸	۳
-۳	۰	۷
-۱	+۸	-۴

$$-۱۰۰ + ۸۰ - ۴ = -۲۴$$

۶- با توجه به اولویت عملیات‌های ریاضی ابتدا از سمت چپ، یعنی از ضرب شروع می‌کنیم.

$$(-۵) \times (+۴) \div (-۲) = (-۲۰) \div (-۲) = +۱۰$$

۷- الف) عبارت جبری متناظر با عبارت کلامی داده‌شده برابر است با: (عدد موردنظر

$$\frac{1}{4}x + 5 \quad \text{را } x \text{ فرض می‌کنیم})$$

ب) با توجه به خاصیت پخشی، عدد پشت پرانتز را در هر یک از جملات داخل پرانتز، ضرب می‌کنیم و جملات متشابه را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

$$6n - m + 11 - 2(4m - n + 5) = 6n - m + 11 - 8m + 2n - 10 = 9n - 13m - 4$$

۸- الف) تمامی پاره‌خط‌های روی شکل عبارت‌اند از: AB, BC, CD, AD, AC, OA, OC, BD, OB, OD

بنابراین در شکل ۱۰ پاره‌خط وجود دارد.

ب) چون دو شکل داده‌شده هم‌نهشت هستند، بنابراین زوایا و اضلاع نظیر با هم برابرند.

$$\hat{E} = \hat{D}, \overline{AB} = \overline{GH}, \hat{B} = \hat{G}$$

۹- برای ساده‌کردن کسر، ابتدا اعداد را تجزیه کرده و سپس «ب.م.م» آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$36 = 2^2 \times 3^2, \quad 48 = 2^4 \times 3 \Rightarrow (36, 48) = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{36 \div 12}{48 \div 12} = \frac{3}{4}$$

بنابراین صورت و مخرج را بر ۱۲ ساده می‌کنیم.

۱۰- حاصل ضرب «ب.م.م» و «ک.م.م» دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. بنابراین: حاصل ضرب دو عدد = «ب.م.م» × «ک.م.م»

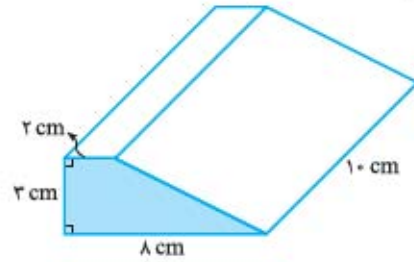
$$132 \times 6 = 792$$

آزمون شماره ۹ (نوبت دوم)

- ۱- الف) درست است. به طور مثال قرینه ۲ برابر ۲- و قرینه قرینه ۲ یعنی ۲- را قرینه کنیم که برابر ۲ است، بنابراین قرینه قرینه هر عدد با خود آن عدد برابر است.
 ب) درست است. $\sqrt{49 \times 25}$ برابر $\sqrt{1225}$ است که حاصل آن ۳۵ است.
 پ) نادرست است. برای قرینه‌کردن هر نقطه نسبت به محور طول‌ها، عرض آن را قرینه می‌کنیم؛ بنابراین قرینه نقطه $\left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right]$ نسبت به محور طول‌ها برابر $\left[\begin{matrix} 2 \\ -3 \end{matrix} \right]$ است.
 ت) نادرست است. در هر بار پرتاب سکه احتمال رو آمدن سکه $\frac{1}{2}$ است و در 400 بار پرتاب، انتظار داریم ۲۰۰ بار رو بیاید؛ اما ممکن است ۳۰۰ بار نیز رو بیاید.



۱۱- ابتدا مساحت وجه روبه‌روی (قاعده) که یک دوزنقه است را حساب می‌کنیم و در ارتفاع، یعنی 10° ضرب می‌کنیم:

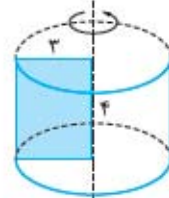


$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(8+2) \times 10}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

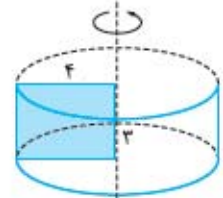
$$\text{حجم} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = 15 \times 10 = 150 \text{ cm}^3$$

۱۲- حجم حاصل از هر دوران یک استوانه است. هنگامی که مستطیل را حول عرض دوران می‌دهیم، استوانه‌ای به ارتفاع عرض مستطیل و شعاع قاعده به اندازه طول مستطیل به دست می‌آید.

و هنگامی که حول طول دوران می‌دهیم، استوانه‌ای به ارتفاع طول مستطیل و شعاع قاعده به اندازه عرض مستطیل به دست می‌آید.



دوران حول طول
استوانه (۲)



دوران حول عرض
استوانه (۱)

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه (۱)} \text{ حاصل از دوران حول عرض}$$

$$= 4 \times 4 \times \pi \times 3$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم استوانه (۲)} \text{ حاصل از دوران حول طول}$$

$$= 3 \times 3 \times \pi \times 4$$

$$\frac{\text{حجم استوانه (۱)}}{\text{حجم استوانه (۲)}} = \frac{4 \times 4 \times \pi \times 3}{3 \times 3 \times \pi \times 4} = \frac{4}{3}$$

۱۳- مجذور یعنی به توان ۲ و مکعب یعنی به توان ۳.

$$0/1 \text{ مجذور} = (0/1)^2 = (0/1) \times (0/1) = 0/01$$

$$0/1 \text{ مکعب} = (0/1)^3 = (0/1) \times (0/1) \times (0/1) = 0/001$$

$$(0/1) \text{ مجذور} - (0/1) \text{ مکعب} = 0/01 - 0/001 = 0/009$$

۱۴- الف) می‌دانیم ۲۵ برابر است با 5×5 یعنی 5^2 و با توجه به قوانین ضرب اعداد توان‌دار داریم:

ب) پایه‌ها مساوی است، بنابراین توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$7^6 \times 7^3 \times 7^{11} = 7^{19}$$

۱۵- الف) حاصل ضرب زیر رادیکال برابر $100 \times 81 = 8100$ می‌باشد که جذر آن برابر ۹۰ است.

ب) ابتدا حاصل جمع زیر رادیکال را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

۱۶- با توجه به جمع مختصاتی داده‌شده، داریم:

$$\begin{cases} x + 3 = 6 \Rightarrow x = 3 \\ -2 + y = -8 \Rightarrow y = -6 \end{cases}$$

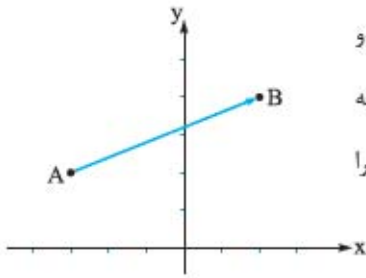
۱۷- الف) مختصات نقطه A برابر است با: $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) بردار \overline{AB} ، ابتدایش در نقطه A و

انتهایش در نقطه B است، پس از A به

B وصل می‌کنیم و فلش انتهای بردار را

در نقطه B قرار می‌دهیم.



پ) همان‌طور که در دستگاه مختصات مشخص است، برای حرکت از نقطه A به B باید ۵ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا حرکت کنیم، بنابراین

مختصات بردار \overline{AB} برابر با $\begin{bmatrix} +5 \\ +2 \end{bmatrix}$ است.

۱۸- الف) نمودار داده‌شده نمودار ستونی (میله‌ای) است.

ب) کلاس چهارم، کم‌ترین تعداد دانش‌آموز را دارد.

پ) کلاس ششم، دارای بیشترین تعداد دانش‌آموز است.

ت) با توجه به نمودار، تعداد دانش‌آموزان پایه ششم، برابر ۴۰ نفر، تعداد دانش‌آموزان پایه پنجم برابر ۳۰ نفر و تعداد دانش‌آموزان پایه چهارم برابر ۲۵ نفر است؛ بنابراین تعداد کل دانش‌آموزان این سه پایه ۹۵ نفر است.

۱۹- تعداد کل مهره‌های داخل کیسه برابر ۱۶ است که ۴ تای آن‌ها سبز است،

بنابراین احتمال خارج‌شدن مهره سبز، برابر $\frac{4}{16}$ یا $\frac{1}{4}$ است.

فصل ۱

راهبردهای حل مسئله

برای حل یک مسئله، راهبردهای متفاوتی وجود دارد که با توجه به نوع مسئله، راهبرد مناسب را انتخاب می‌کنیم. در این فصل با ۸ راهبرد برای حل مسئله آشنا می‌شویم و هر کدام را جداگانه با حل مثال بررسی می‌کنیم.

۱- راهبرد رسم شکل

در دسته‌ای از مسائل، کشیدن شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کرده و یا به طوری که نیاز به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد، مسئله را به طور کامل حل کند.

مثال

توبی از ارتفاع ۲۴ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر توپ بر اثر برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا بیاید:

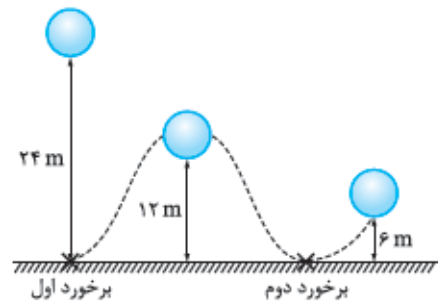
الف) بعد از دومین برخوردش با زمین، تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟

(مشابه صفحه ۲ کتاب درسی)

ب) تا لحظه برخورد با زمین برای بار دوم، چند متر را طی کرده است؟

پاسخ

با توجه به راهبرد رسم شکل مسیر توپ را رسم می‌کنیم:



الف) همان‌طور که در شکل مشخص است، پس از برخورد دوم، توپ تا ارتفاع ۶ متری بالا می‌آید.

ب) طول مسیری که توپ تا دومین برخوردش با زمین طی می‌کند برابر است با:

$$24 + 12 + 12 = 48 \text{ m}$$

۲- راهبرد الگوسازی

در حل دسته‌ای از مسائل باید تمامی حالت‌های ممکن را بنویسیم و برای این‌که حالتی از قلم نیفتد و یا حالتی را به صورت تکراری شمارش نکنیم، بهتر است حالات ممکن را با نظم و ترتیب مشخصی بنویسیم.

مثال

عرفان، تعدادی سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی دارد. او سوار تاکسی شده و می‌خواهد کرایه خود را که ۶۰۰ تومان شده با استفاده از هر دو نوع سکه حساب کند. او به چند حالت می‌تواند این کار را انجام دهد؟ همه حالت‌ها را بنویسید.

(مشابه صفحه ۳ کتاب درسی)

پاسخ برای بررسی کلیه حالات ممکن، با نظم و ترتیب مشخص جدول زیر را تشکیل می‌دهیم و در هر حالت تعداد سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی را طوری انتخاب می‌کنیم که مجموع آن‌ها برابر ۶۰۰ تومان گردد.

تعداد سکه ۵۰ تومانی	تعداد سکه ۱۰۰ تومانی
۱۰	۱
۸	۲
۶	۳
۴	۴
۲	۵

بنابراین به ۵ حالت مختلف با استفاده از هر دو نوع سکه می‌تواند کرایه را پرداخت کند.

۳- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

در حل دسته‌ای از مسائل، ابتدا تمامی حالت‌های ممکن را نوشته، سپس با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.

مثال

با ارقام ۰، ۷ و ۵ چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت که بر ۲ و ۵ بخش پذیر باشند؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

پاسخ

ابتدا تمامی عددهای سه رقمی که با ارقام ۷ و ۵ می‌توان ساخت را می‌نویسیم:

۷۵۷، ۷۵۰، ۷۵۵، ۷۰۷، ۷۰۵، ۷۰۰، ۷۷۵، ۷۷۰، ۷۷۷

۵۰۷، ۵۰۵، ۵۰۰، ۵۷۷، ۵۷۰، ۵۷۵، ۵۵۷، ۵۵۰، ۵۵۵

حال اعدادی را که بر ۲ و ۵ یعنی بر ۱۰ بخش پذیرند انتخاب کرده و سایر اعداد (حالات) را حذف می‌کنیم و داریم:

۵۷۰، ۵۰۰، ۵۵۰، ۷۵۰، ۷۰۰، ۷۷۰

۴- راهبرد الگویابی

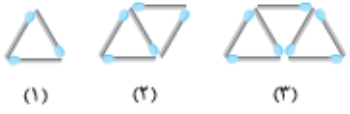
در حل دسته‌ای از مسائل، اگر بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد، می‌توانیم با کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین الگوهای عددی یا هندسی قادر باشیم خواسته مسئله را به دست بیاوریم.

مثال

الف) سه عدد بعدی الگوی زیر را بنویسید.

۱، ۴، ۹، ۱۶،،،

ب) شکل یازدهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟



الف) اعداد الگو به ترتیب از ضرب هر یک از اعداد طبیعی در خودشان ساخته شده‌اند؛ بنابراین سه عدد بعدی عبارت‌اند از:

۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
 ۱x۱ ۲x۲ ۳x۳ ۴x۴ ۵x۵ ۶x۶ ۷x۷

مثال

حاصل عبارت $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{729}$ چه قدر می شود؟

(مشابه صفحه ۸ کتاب درسی)

پاسخ ابتدا ساده شده عبارت صورت سؤال را در چند مورد حل می کنیم تا الگوی حل سؤال اصلی را به دست بیاوریم.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{3+1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{9}{27} + \frac{3}{27} + \frac{1}{27} = \frac{13}{27}$$

با توجه به حاصل عبارات به دست آمده، همان طور که مشاهده می شود، مخرج کسر حاصل برابر مخرج آخرین کسر و صورت آن برابر است با نصف عدد قبلی

مخرج کسر آخر؛ بنابراین:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{729} = \frac{364}{729}$$

۸- راهبرد روش نمادین

راهبرد روش نمادین، در حقیقت همان حل مسئله به کمک معادله می باشد و ما میحث معادله را در فصل ۳ به طور کامل شرح خواهیم داد. اما در این جا به طور کلی می توان گفت در برخی مسائل می توانیم با کمک نمادهای جبری و شرایط و اطلاعات مسئله، یک تساوی تشکیل دهیم و سپس به حل آن بپردازیم.

مثال

اگر به سه برابر عددی ۱۸ واحد اضافه کنیم، حاصل برابر ۴۵ می شود. آن عدد را به دست آورید؟

(مشابه صفحه ۹ کتاب درسی)

پاسخ اگر عدد مورد نظر در سؤال را برابر \circ در نظر بگیریم، اطلاعات داده شده در صورت سؤال را می توانیم به صورت تساوی زیر نشان دهیم:

$$3 \times \circ + 18 = 45$$

حال اگر بخواهیم عددی را که باید در دایره قرار بگیرد، از طریق حدس و آزمایش به دست بیاوریم، برای این که تساوی برقرار باشد به جای دایره باید عدد ۹ را قرار دهیم.

فصل ۲

عددهای صحیح

عددهای طبیعی

به عددهای $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ عددهای طبیعی می گوئیم و آن ها را با نماد \mathbb{N} نمایش می دهیم.

نکته دقت کنید که کوچک ترین عدد طبیعی ۱ و بزرگ ترین عدد طبیعی نامشخص است.

عددهای صحیح

به عددهای $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ عددهای صحیح می گوئیم و آن ها را با نماد \mathbb{Z} نمایش می دهیم.

مثال

چندتا از اعداد زیر، عدد صحیح هستند؟

$$\frac{5}{5}, -4\frac{1}{5}, 1394, -\frac{5}{13}, +\frac{5}{10}, 4\frac{2}{2}$$

۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

ب) شکل اول از سه چوب کبریت و شکل دوم ۵ چوب کبریت ساخته شده است و با دقت در الگوی بین شکل ها می توان گفت هر شکل با اضافه کردن دو چوب کبریت به شکل قبلی ساخته می شود؛ بنابراین شکل یازدهم با اضافه کردن $20 = 23$ چوب کبریت به شکل اول ساخته می شود.

۵- راهبرد حدس و آزمایش

در حل دسته ای از مسائل ممکن است روش و راه حل مستقیمی وجود نداشته باشد و یا راه رسیدن به جواب، طولانی و دشوار باشد که می توانیم با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنیم و با توجه به شرایط مسئله، حدس خود را بررسی کنیم.

مثال

در یک قفس شیشه ای تعدادی ملخ و عنکبوت در کنار هم هستند. اگر تعداد سرها ۱۱ تا و مجموع پاها ۷۲ تا باشد، چند ملخ و چند عنکبوت در این قفس وجود دارند؟ (ملخ ها ۶ پا و عنکبوت ها ۸ پا دارند.)

(مشابه صفحه ۶ کتاب درسی)

پاسخ با رسم یک جدول، در هر مرحله تعداد ملخ ها و عنکبوت ها را حدس می زنیم؛ سپس مجموع پاها را حساب کرده و با شرایط مسئله مقایسه می کنیم.

نتیجه آزمایش	تعداد پاها	تعداد عنکبوت ها	تعداد ملخ ها
✗	$5 \times 6 + 6 \times 8 = 78$	۶	۵
✗	$7 \times 6 + 4 \times 8 = 74$	۴	۷
✓	$8 \times 6 + 3 \times 8 = 72$	۳	۸

بنابراین ۸ ملخ و ۳ عنکبوت در قفس داریم.

۶- راهبرد زیر مسئله

در مورد دسته ای از مسائل که پیچیده و چند مرحله ای می باشند، بهتر است که آن ها را به چند مسئله ساده تبدیل کرده و سپس به ترتیب به آن ها پاسخ دهیم.

مثال

سیم نازکی را به شکل یک مثلث متساوی الاضلاع در آورده ایم و اندازه هر ضلع مثلث ۱۲ سانتی متر شد. اگر همین سیم را به شکل مربع در آوریم، مساحت مربع چند سانتی متر مربع است؟

پاسخ مسئله را با انجام مراحل ساده تر حل می کنیم و برای این کار، ابتدا طول سیم را که همان محیط مثلث متساوی الاضلاع است، حساب می کنیم:

$$3 \times 12 = 36 \text{ cm}$$

حال اگر با این سیم مربعی درست کنیم، طول هر ضلع آن برابر است با:

$$36 \div 4 = 9 \text{ cm}$$

و در نهایت مساحت مربع برابر است با:

$$9 \times 9 = 81 \text{ cm}^2$$

۷- راهبرد حل مسئله ساده تر

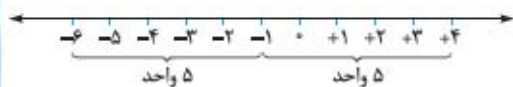
در دسته ای از مسائل که طولانی هستند و یا دارای عددهای خیلی بزرگ و اعشاری می باشند، می توانیم ابتدا مسئله ای ساده تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است حل کنیم به طوری که مثلاً از اعداد تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کنیم و یا با پیدا کردن الگوی از مسئله ساده تر، در حل مسئله اصلی از آن کمک گرفته و در نهایت با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده تر، جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم.

اگر قرینه عددی را نسبت به عددی غیر از صفر بخواهیم؛ مثلاً قرینه $+5$ را نسبت به $+12$ بخواهیم، ابتدا این دو عدد را روی محور اعداد در نظر می‌گیریم و می‌دانیم که باید $+5$ و قرینه آن، هر دو از $+12$ فاصله یکسان داشته باشند، به عبارت دیگر $+12$ درست وسط آن‌ها قرار بگیرد. به این خاطر ابتدا فاصله $+5$ از $+12$ را به دست می‌آوریم که برابر $+7$ است و همین مقدار را به $+12$ اضافه می‌کنیم که عدد $+19$ به دست می‌آید؛ بنابراین در حالت کلی، قرینه عدد a نسبت به عدد b برابر است با $2b - a$.

مثال

قرینه عدد $+4$ نسبت به -1 را به دست آورید.

پاسخ با توجه به محور اعداد مقابل فاصله $+4$ از -1 برابر 5 واحد است. و چون $+4$ از -1 بزرگ‌تر است؛ بنابراین از -1 پنج واحد به عقب رفته و به -6 می‌رسیم.



جمع اعداد صحیح

برای جمع اعداد صحیح بدون استفاده از محور و جدول ارزش مکانی، دو حالت کلی داریم: **الف** اگر دو عدد هم‌علامت باشند، عددها را با هم جمع کرده و در آخر یکی از علامت‌ها را برای حاصل قرار می‌دهیم:

$$(-13) + (-29) = -(13 + 29) = -42$$

ب اگر دو عدد هم‌علامت نباشند، بدون در نظر گرفتن علامت، اختلاف دو عدد را حساب کرده، سپس علامت عددی که مقدار آن بیشتر است را برای حاصل قرار می‌دهیم:

$$(-17) + (+9) = -(17 - 9) = -8$$

$$24 + (-15) = +(24 - 15) = +9$$

جمع اعداد صحیح روی محور

برای نمایش جمع اعداد صحیح روی محور ابتدا از صفر به ازای عدد اول روی محور یک حرکت نشان داده و از انتهای فلش حرکت اول به اندازه عدد دوم و در جهت علامت آن، حرکت می‌کنیم تا حاصل مشخص شود.

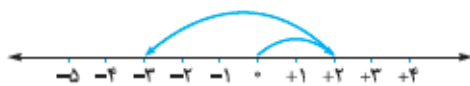
مثال

حاصل عبارت $(-5) + (+2)$ را با استفاده از محور به دست آورید.

(مشابه فعالیت صفحه ۱۶)

پاسخ ابتدا از صفر، طی یک حرکت 2 واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم؛ سپس از $+2$ (انتهای حرکت اول) 5 واحد به سمت چپ حرکت می‌کنیم تا به -3 برسیم؛ بنابراین:

$$+2 + (-5) = -3$$



تفریق اعداد صحیح

برای تفریق اعداد صحیح ابتدا عمل تفریق را به جمع تبدیل کرده، سپس با توجه به حالت‌هایی که در جمع اعداد صحیح گفته شد، عمل می‌کنیم.

تذکر برای تبدیل تفریق به جمع کافی است عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع کنید.

$$(-5) - 9 = (-5) + (-9) = -(5 + 9) = -14$$

پاسخ هر یک از اعداد داده‌شده را بررسی می‌کنیم.

* صحیح نیست: $-4 \frac{1}{5}$ ✓ صحیح است: $\frac{0}{5} = 0$

* صحیح نیست: $-\frac{5}{13}$ ✓ صحیح است: 1394

✓ صحیح است: $+4 \frac{2}{3} = 5$ * صحیح نیست: $+\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

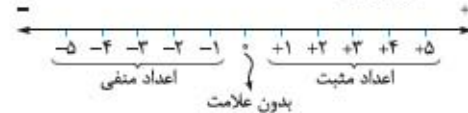
بنابراین ۳ تا از اعداد داده‌شده صحیح هستند و گزینه (۲) درست است.

نکات مهم اعداد صحیح

- اگر به اعداد طبیعی و اعداد صحیح دقت کنید، مشخص است که هر عدد طبیعی، عددی صحیح است، به طور مثال هنگامی که می‌نویسیم ۲، منظور همان $+2$ می‌باشد.
- اعداد صحیح شامل سه دسته زیر می‌شوند:
 - الف** اعداد مثبت (همان اعداد طبیعی)
 - ب** عدد صفر
 - پ** اعداد منفی (قرینه اعداد طبیعی)

تذکر

دقت کنید که عدد صفر یک دسته جداگانه می‌باشد؛ یعنی نه مثبت است، نه منفی. در واقع عدد صفر، بدون علامت است.



۳ از آن‌جا که اعداد صحیح از سمت مثبت‌ها و منفی‌ها ادامه دارند؛ بنابراین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیح نامشخص هستند.

۴ روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت مثبت‌ها (راست) حرکت کنیم، اعداد بزرگ‌تر و هر چه به سمت منفی‌ها (چپ) حرکت کنیم، اعداد کوچک‌تر می‌شوند؛ بنابراین اعداد مثبت از صفر بزرگ‌تر و اعداد منفی از صفر کوچک‌تر هستند و نیز اعداد منفی هر چه مقدار بزرگ‌تری داشته باشند، ارزش آن‌ها کم‌تر است.

به طور مثال: $-1396 < 0$, $-99 < -2$

به سمت بزرگ‌تر شدن اعداد به سمت کوچک‌تر شدن اعداد



مثال

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

الف بین -2 و 1 تنها دو عدد صحیح قرار دارد.

ب کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی، -10 است.

پاسخ **الف** درست است. بین -2 و 1 اعداد صفر و -1 قرار دارند که دو عدد صحیح هستند.

ب نادرست است. می‌دانیم روی محور اعداد، هر چه به سمت (منفی‌ها) حرکت کنیم، عددها کوچک‌تر می‌شوند؛ بنابراین کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی، -99 است.

۵ اگر علامت عددی را تغییر دهیم، آن عدد نسبت به صفر قرینه می‌شود. با کمی توجه مشخص است که فاصله هر عدد و قرینه آن تا صفر با هم برابر است:

$$+17 = \text{قرینه } -17 \quad -7 = \text{قرینه } +7$$

تذکر در قرینه کردن اعداد، اگر تعداد علامت‌های منفی زوج بود، علامت نهایی مثبت است و اگر تعداد علامت‌های منفی، فرد بود، علامت نهایی منفی می‌شود.

$$\underbrace{-(-(-23))}_{\text{تا ۳}} = -23 \quad , \quad \underbrace{-(-(-(-47)))}_{\text{تا ۴}} = +47$$